

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. 두 다항식 A , B 에 대하여 $A + 3B = 2x^2 - 7x - 1$, $B - A = 2x^2 - 5x - 7$ 일 때, $A + B$ 는?

- ① $-x + 3$ ② $x - 3$ ③ $x^2 + x + 3$
④ $x^2 - x - 3$ ⑤ $x^2 - x + 3$

해설

$$A = -x^2 + 2x + 5, B = x^2 - 3x - 2$$
$$A + B = (-x^2 + 2x + 5) + (x^2 - 3x - 2) = -x + 3$$

해설

$$\begin{cases} A + 3B = 2x^2 - 7x - 1 \\ B - A = 2x^2 - 5x - 7 \end{cases}$$

3. $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$ 에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?
- ① 결합법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 결합법칙

③ 교환법칙, 분배법칙

④ 결합법칙, 분배법칙

⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) : \text{결합법칙} \\ &= 3a+(3-2)b : \text{분배법칙} \\ &= 3a+b\end{aligned}$$

4. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$ 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

5. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

6. 다항식 $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

7. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $a - b + c$ 의 값은?

- ① 6
- ② 5
- ③ 3
- ④ 1
- ⑤ 0

해설

우변을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $ax^2 - (2a - b)x + a - b + c = 3x^2 + 2x + 1$
계수를 비교하면
 $a = 3, 2a - b = -2, a - b + c = 1$
 $a = 3, b = 8, c = 6$
 $a - b + c = 3 - 8 + 6 = 1$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $1 = a - b + c$

8. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

9. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 항상 $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t$ 라 하면
 $x = 2t - 1, y = 3t + 1$
이것을 $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면
 $a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$
 $(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$
이 식이 모든 실수 t 에 대하여 성립해야 하므로
 $2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면
 $a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$

해설

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC$ 성질 이용
 $3x + 3 = 2y - 2$
 $3x - 2y + 5 = 0$ 은 $ax + by + 5 = 0$
 $\therefore a = 3, b = -2$

10. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,
 $f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로
 $f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$

11. 다항식 $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - k$ 가 $x + 1$ 로 나누어떨어지도록 상수 k 의 값을 정하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

즉, $f(-1) = 0$ 이므로
 $f(-1) = -1 + 3 - k - k = 0, \therefore k = 1$

12. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

13. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\&= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\&= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

14. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x - 3)\square$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

- ① $(x + 2)^2$
- ② $(x - 2)^2$
- ③ $(x + 1)^2$
- ④ $(x - 3)^2$
- ⑤ $(x + 3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x - 3)(x + 2)^2$

∴ $\square = (x + 2)^2$

15. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

① $k^2 + k$

② $k^2 - 1$

③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$

⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

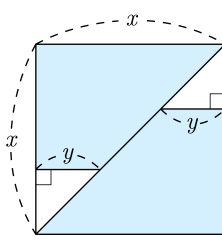
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

17. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$
 ④ $\frac{xy - y^2}{2}$

② $x^2 - y^2$
 ⑤ $\frac{x - y}{2}$

③ $x^2 - y$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

18. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$
 $= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2$
 $= x^4+x^2y^2+y^4$

19. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

20. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$$

$$= cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

21. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$
이것은 k 에 대한 항등식이므로
 $2x + 3y + 5 = 0$
 $3x - y - 9 = 0$
연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

22. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는

$$(a-b+16)x+4b-8$$

$$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\textcircled{㉠}$$

$\textcircled{㉠}$ 이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a-b+16=3, 4b-8=4$$

$$\therefore a=-10, b=3$$

$$\therefore a+b=-7$$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를

비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

23. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다.
 $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

24. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

25. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

26. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
 $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 로 나누어 떨어진다.
 $f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots \textcircled{\text{A}}$
 $f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{\text{B}}$
 $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 으로부터 $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$
 $\therefore a + b = 0$

27. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

28. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -13$, $b = 8$

29. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

30. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

31. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

32. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

33. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

34. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

- ① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$
- ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
- ③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$
- ④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$
- ⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$
 $= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$
 $x^2-x=Y$ 라 놓자.
 $(Y-6)(Y-2)=Y^2-8Y+12$
 $\qquad\qquad\qquad = (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$
 $\qquad\qquad\qquad = x^4-2x^3-7x^2+8x+12$

35. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = (a^2 + 1)^2 - a^2$
 $= a^4 + a^2 + 1$

36. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

37. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

38. $x^6 + 1$ 을 계수가 실수인 범위 내에서 인수분해 할 때, 다음 중 인수인 것은?

- ① $x^2 + x + 1$ ② $x^2 - x + 1$ ③ $x^2 + \sqrt{3}x + 1$
④ $x^2 + \sqrt{3}x - 1$ ⑤ $x^2 - 1$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2)^3 + 1 \\&= (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) \\&= (x^2 + 1)((x^2 + 1)^2 - 3x^2) \\&= (x^2 + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)\end{aligned}$$

39. $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$ 일 때, $ac + bd$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\&= 1^2 - (2x - y)^2 \\&= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y) \\ \therefore a &= 2, b = -1, c = -2, d = 1 \\ \therefore ac + bd &= 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5\end{aligned}$$

40. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1
- ② 1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

41. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0 \\ & (x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \\ & \therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0 \\ & \text{그런데 } x, y, z \text{가 서로 다른 세 실수 } (x \neq y \neq z) \text{이므로} \\ & x + y + z = 0 \end{aligned}$$

42. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

43. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

44. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 에서
 $\{a+(b-c)\} \{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$
 $a^2 - (b-c)^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$
 $2a^2 = 2b^2 + 2c^2$
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

45. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면?
(단, $x > 0$)

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

46. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2}((a + b)^2 - (a^2 + b^2)) = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$\begin{aligned}\therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244\end{aligned}$$

47. $(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$ 이라 할 때,

$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2^{24} ④ 2^{25} ⑤ 2^{50}

해설

$$(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{50}x^{50}$$

$x = 1$ 을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{49} + a_{50} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50} = 0$$

48. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $xf(x)+3$ 을 $x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x), R$

② $Q(x), R+3$

③ $xQ(x), R$

④ $xQ(x), R+3$

⑤ $xQ(x)+R, R+3$

해설

$$f(x) = (x-1)Q(x) + R$$

$$\begin{aligned}xf(x) + 3 &= (x-1)xQ(x) + Rx + 3 \\&= (x-1)xQ(x) + R(x-1) + R + 3 \\&= (x-1)\{xQ(x) + R\} + R + 3\end{aligned}$$

$$\therefore \text{몫} : xQ(x) + R, \text{나머지} : R + 3$$

49. 1000^{10} 을 1001로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

- ① $x^{10} = xQ(x) + R$
- ② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$
- ③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$
- ④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$
- ⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.

50. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형
- ② $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ③ $b = c$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ 정삼각형

해설

$$a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$$
$$a^2(a + b) + b^2(a + b) - c^2(a + b) = 0$$
$$(a + b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0$$
$$a = -b \text{ 또는 } c^2 = a^2 + b^2$$
$$a, b, c \text{ 모두 양수이므로, } c^2 = a^2 + b^2$$
$$\therefore \angle C = 90^\circ \text{인 직각삼각형}$$