

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$ 를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$

② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$

③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$

④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$

⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$$\begin{aligned} & 3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ &= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3 \end{aligned}$$

3. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$

② $-72a^7x^8$

③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$

⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

4. $(a-b-c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a-b-c)^2 &= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

5. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

- ① 10 ② 15 ③ 19 ④ 21 ⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

∴ x^2 의 계수는 $19 + 6 = 25$

6. $x+y+z=3$, $xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \\ &= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

7. 등식 $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

양변의 계수를 비교하면 $a = 2, b = -5, c = -1$
 $\therefore abc = 10$

8. 항등식 $A(x-1) + B(x-2) = 2x-3$ 에서 미정계수 A, B 를 구할 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x=1$ 을 대입하면,

$$A(1-1) + B(1-2) = 2 \cdot 1 - 3$$

$$\therefore B = 1$$

$x=2$ 를 대입하면,

$$A(2-1) + B(2-2) = 2 \cdot 2 - 3$$

$$\therefore A = 1$$

$$\therefore A + B = 2$$

해설

계수비교법 사용

$$Ax - A + Bx - 2B = 2x - 3$$

$$(A+B)x - (A+2B) = 2x - 3$$

$$\therefore A + B = 2$$

9. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

10. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

11. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{22} + x^{11} + 22x + 11 \text{ 이라 하면,} \\ f(x) &= (x+1)Q(x) + R \text{ 에서 } f(-1) = R \text{ 이므로} \\ f(-1) &= (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11 \end{aligned}$$

12. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

13. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$ ② $(a - b)(x - y)$ ③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$ ⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

14. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 1 & -8 & -12 \\ & & 3 & 12 & 12 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ & & -2 & -4 & \\ \hline -2 & 1 & 2 & 0 & \\ & & -2 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \square = (x+2)^2$$

15. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

- ① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

16. $(a+b-c)(a-b+c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} \\ &= a^2 - (b-c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

17. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a-b+c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$$

- ① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x=0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x=1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x=2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

18. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

19. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $13 = Q(1) + R$
 $\therefore Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

20. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

21. $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는 $x-2$ 로 나누어 떨어지고 $x+1$ 로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4 \text{라 하면}$$

$$f(2) = 4a + 2b + 4 = 0 \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$f(-1) = a - b - 5 = 6 \cdots \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } a = 3, b = -8$$

$$\therefore a - b = 11$$

22. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

23. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1) = 2, f(2) = 1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

\therefore 구하는 나머지는 $-x+3$

24. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x-1)(x+2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면
 $a+b-4=0, -8a+4b-4=0$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=3$
 $\therefore ab=3$

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)(ax + 2) \end{aligned}$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a=1, b=3 \therefore ab=3$

25. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

26. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \text{.....} \textcircled{A}$$

또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \text{.....} \textcircled{B}$$

\textcircled{A} , \textcircled{B} 을 연립하여 풀면 $a = -13$, $b = 8$

27. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

28. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

29. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

30. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

- ① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

31. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

- ① $x^2 + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 + 2$
④ $x^2 - 2$ ⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$
$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

32. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

33. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

34. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\square x^2 + \square x + \square) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$$\square x^2 + \square x + \square = A \text{ 라 하면}$$

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

35. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

- ① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$ ② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$ ④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

36. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

37. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

38. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.
 $a - b = 2004 - 2001 = 3$
 $\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

39. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c 라 하자.

$$4(a + b + c) = 36, 2(ab + bc + ca) = 56$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

40. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

41. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

42. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

- ① $x - 2y + 3$ ② $x - 2y - 3$ ③ $x + 2y - 3$
④ $x + 3y - 7$ ⑤ $x - 3y + 7$

해설

$$\begin{aligned}x+1 &= a, y+2 = b \text{ 라 하면} \\(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2 \\&= a^2 + ab - 6b^2 \\&= (a-2b)(a+3b) \\&= \{(x+1) - 2(y+2)\}\{(x+1) + 3(y+2)\} \\&= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6) \\&= (x-2y-3)(x+3y+7)\end{aligned}$$

43. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

44. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면
즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$
 $x^2 + x - 1 = 0$
 $\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 1 \\x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\&= x(-x + 1)^2 - 5x \\&= x^3 - 2x^2 - 4x \\&= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x \\&= -x^2 - x - 2 \\&= -(x^2 + x) - 2 \\&= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

45. 실수 x 가 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 을 만족할 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

준식의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 = 18 \end{aligned}$$

46. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값을 정하면?

㉠ -1 ㉡ 1 ㉢ 0 ㉣ 2 ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - k \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6) - k \\ & \quad x^2+5x = X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6) - k \\ & \quad = X^2 + 10X + 24 - k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24 - k = 25 \\ & \therefore k = -1 \end{aligned}$$

47. $a^2 - b^2 = 1$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

- ① 2 ② $2(a+b)^n$ ③ 4
④ $4(a+b)^n$ ⑤ $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로
합차공식을 사용하여 정리하면
(준식) $= 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2 - b^2)^n = 4$

48. $2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12$ 를 x, y 의 두 일차식의 곱으로 인수분해하면, $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12 \quad (\leftarrow x \text{에 관하여 정리}) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y^2 - 4y - 12) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y + 2)(y - 6) \\ &= \{x + (y + 2)\}\{2x - (y - 6)\} \\ &= (x + y + 2)(2x - y + 6) \\ &\therefore a = 1, b = 2, c = -1, d = 6 \\ &\therefore a + b + c + d = 8 \end{aligned}$$

49. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= b(b+2c) + (c+a)(c-a) \text{에서} \\ & \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2 \\ & a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc \\ & 2a^2 = 2b^2 + 2c^2 \\ & \therefore a^2 = b^2 + c^2 \end{aligned}$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

50. $a + b + c = 0$ 일 때, 다음 중 $2a^2 + bc$ 와 같은 것은?

- ① $(a - c)^2$ ② $(b + c)^2$ ③ $(a + b)(b + c)$
④ $(a - b)(a - c)$ ⑤ $(a - b)(a + c)$

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 + bc &= 2a^2 - b(a + b) \quad (\because c = -a - b) \\ &= 2a^2 - ab - b^2 \\ &= (a - b)(2a + b) \\ &= (a - b)(a + b + a) \\ &= (a - b)(a - c) \quad (\because a + b = -c) \end{aligned}$$