

1. x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-2, 4)$ 가 점 $(6, -2)$ 로 옮겨진다. 이때, 상수 m, n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점 $(-2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 옮기면
 $(-2 + m, 4 + n)$ 이고
이 점이 $(6, -2)$ 와 일치하므로
 $-2 + m = 6 \quad \therefore m = 8$
 $4 + n = -2 \quad \therefore n = -6$
따라서, 구하는 m, n 의 값의 합은 $8 + (-6) = 2$

2. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

3. 직선 $y = ax + b$ 를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$ 에 의하여 옮겼더니 직선 $y = 2x + 3$ 과 y 축 위에서 직교할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax + b$ 의 x, y 대신에 각각 $x + 1, y - 2$ 를 대입하면

$$y - 2 = a(x + 1) + b$$

$$\therefore y = ax + a + b + 2$$

이 직선과 직선 $y = 2x + 3$ 이 y 축 위에서 직교하므로

두 직선의 기울기의 곱은 -1 이고, $(0, 3)$ 을 지난다.

$$a \times 2 = -1, a + b + 2 = 3$$

연립하여 풀면

$$a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a - b = -2$$

4. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l , l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m , m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼 평행이동시킨 직선 l 은
 $l : y = 2(x - \alpha) + 4$
이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은
 $m : (-y) = 2(x - \alpha) + 4$
 n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로
 $n : (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$
이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로
 l 과 n 이 일치하려면
 $-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

5. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 에 의해 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 이동하였더니 원점에서 원의 중심까지의 거리가 5 가 되었다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 는 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하는 것이므로 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동하면 원의 중심 $(0, 0)$ 은 $(a, 4)$ 로 옮겨진다. 이 때, 두 점 $(0, 0)$ 과 $(a, 4)$ 의 거리가 5 이므로 $\sqrt{a^2 + 4^2} = 5$ 위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 + 16 = 25, a^2 = 9$ 그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 3$