

1. 다음 이차방정식을 풀어라.

$2x(x+3)=x^2-1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3+2\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-3-2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2+6x=x^2-1$$
$$x^2+6x+1=0$$

근의 공식을 이용하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-1}}{1}=-3\pm\sqrt{8}=-3\pm2\sqrt{2}\text{이다.}$$

2. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{10}$ ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$ ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

3. 다음 중 두 근의 합과 두 근의 곱이 같은 것은?

① $x^2 - 4 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2x - 2 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 각각 구해보면

① 두 근의 합= 0 , 곱= -4

② 두 근의 합= 2 , 곱= -2

③ 두 근의 합= -2 , 곱= -2

④ 두 근의 합= -2 , 곱= -4

⑤ 두 근의 합= 4 , 곱= 2

4. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α , 3α 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

5. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

두 자연수를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x(x + 4) = 96$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$(x - 8)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 12 = 20$ 이다.

6. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

7. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32 - x) = 56$

② $x(16 - x) = 28$

③ $x(32 - x) = 28$

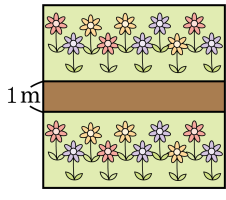
④ $x(16 - x) = 56$

⑤ $x(32 - x) = 112$

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면, 세로의 길이는 $(16 - x)\text{cm}$ 이다.
 $\therefore x(16 - x) = 56$

8. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m² 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

10. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?
- ① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.
 - ② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다
 - ③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.
 - ④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다
 - ⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

11. 이차방정식 $x^2 + 12x + m = 6x - 1$ 이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 + 6x + m + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - (m + 1) = 0$$

$$\therefore m = 8$$

12. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\alpha - \beta = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \sqrt{2}$$

13. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 12$

㉡ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$

㉢ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$

㉣ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 12$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \times 2 = 12$

㉡ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2$

㉢ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$

㉣ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{12}{2} = 6$

따라서 옳은 것은 모두 3 개이다.

14. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 일 때, 이차방정식 $px^2 + qx + 2 = 0$ 의 두 근의 합은?
(단, p, q 는 상수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$

$$2 + (-1) = -\frac{p}{2}, \quad 2 \times (-1) = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -2, \quad q = -4$$

이차방정식 $-2x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서

$$\text{두 근의 합은 } -\frac{(-4)}{(-2)} = -2$$

15. $2x^2 - ax + b = 0$ 의 해가 $2\sqrt{3} + 1$ 일 때, 다른 해를 $x = k$ 라 하자.
이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

근과 계수의 관계에서 $k = -2\sqrt{3} + 1$

$$\frac{a}{2} = (-2\sqrt{3} + 1) + (2\sqrt{3} + 1) = 2, a = 4$$

$$\frac{b}{2} = (-2\sqrt{3} + 1) \times (2\sqrt{3} + 1) = -11, b = -22$$

$$\therefore a + b = -18$$

16. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라고 할 때, $x^2 - bx + a = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

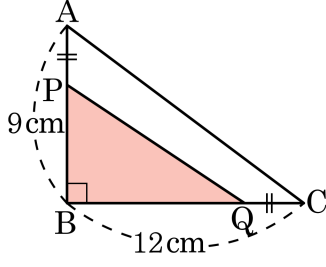
▷ 정답 : $x = 5 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답 : $x = 5 - 3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 10 &= 0 \\(x - 2)(x - 5) &= 0 \\\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5 \\a = 7, b = 10 \\x^2 - 10x + 7 &= 0 \\x^2 - 10x + 25 &= 18 \\(x - 5)^2 &= 18 \\\therefore x = 5 \pm 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P, $\overline{BC}$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 이다.



$\triangle PBQ = 27\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{CQ}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\overline{CQ} = x\text{ cm}$ 라 하면
 $\frac{1}{2}(12 - x)(9 - x) = 27$
 $x^2 - 21x + 108 = 54$
 $x^2 - 21x + 54 = 0$
 $(x - 3)(x - 18) = 0$
 $x = 3(\because x < 9)$

18. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

19. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

20. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

21. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 72 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

따라서 $n = 9$ ($\because n$ 은 자연수)이다.

22. 굴 360 개를 학생들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 학생 2 명이 더 와서 학생들에게 이미 나누어 준 굴을 2 개씩 받아서(회수하여), 나중에 온 2 명의 학생들에게 똑같이 주었더니 모든 학생들에게 돌아간 굴의 수가 같게 되었다. 처음 학생 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 18명

해설

처음 학생 수: x 명이라고 하면,

→ 처음 한 사람당 받은 꿀 수 : $\frac{360}{x}$ 개

나중 학생 수: $(x+2)$ 명

→ 나중에 한 사람당 받은 쿼 수 : $\left(\frac{360}{x} - 2\right)$ 개 이므로

$$\left(\frac{360}{x} - 2\right)(x + 2) = 360$$

정리하면 $x^2 + 2x - 360 = (x + 20)(x - 18) = 0$

$$\therefore x = 18$$

23. 이차방정식 $x^2 - 6x + 1 + a = 0$ 이 유리수 근을 가질 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

근의 공식에 의해 x 를 구하면
 $x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$
 x 가 유리수가 되려면 a 가 자연수이므로 $9 - (1 + a)$ 는 8보다 작은 제곱수가 되어야 한다.
 $9 - (1 + a) = 8 - a$ 이므로
 a 의 값은 4, 7, 8이다.

24. 정수 m, n 에 대하여 이차방정식 $(m+1)x^2+2x+n+3=0$ 이 중근을 가질 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (m+1)(n+3) = 0$$

$$mn + m + n + 2 = 0$$

$$(m+1)(n+1) = -1$$

$$(m+1, n+1) = (1, -1), (-1, 1)$$

$$m = 0, -2$$

따라서 m 의 최댓값은 0 이다.

25. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 줄였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

처음 원의 반지름 : r

줄인 원의 반지름 : $r - 3$

$$\pi(r - 3)^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$r^2 - 6r + 9 = \frac{1}{4}r^2$$

$$\frac{3}{4}r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0$$

$$(r - 2)(r - 6) = 0$$

$$\therefore r = 6 \text{ cm } (r > 3 \text{ 이므로})$$