

1. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=7$

▷ 정답 : $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-3)-28=0$$

$$A^2-3A-28=0$$

$$(A-7)(A+4)=0$$

$$\therefore x+y=7 \text{ 또는 } x+y=-4$$

2. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

3. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $k = 1$

③ $k > 1$

④ $k < -1$

⑤ $k > -1$

해설

$$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$$

$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로

$$4(1 - k) < 0$$

$$\therefore k > 1$$

4. 이차방정식 $x^2 - (m-1)x + (m^2-7) = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $m-1$, 두 근의 곱은 m^2-7

$m-1 = m^2-7$ 이므로 $m^2-m-6 = 0$

$(m-3)(m+2) = 0$

$\therefore m$ 이 양수이므로 $m = 3$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

① $3 - \sqrt{5}$

② $-3 - \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $-3 + \sqrt{5}$

⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

6. n 명의 학생 중에 2 명의 주변을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주변 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5 명 ② 7 명 ③ 9 명 ④ 11 명 ⑤ 13 명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ (명)이다.

7. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A , B 가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은?
(단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x , $x - 5$ 라 하면
 $x(x - 5) = 104$
 $x^2 - 5x - 104 = 0$
 $x = 13 (\because x > 5)$
따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$ 이다.
따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$ 이다.

8. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{ cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

9. 이차방정식 $2x^2 + Ax + B = 0$ 의 근이 $-5 \pm \sqrt{23}$ 일 때, 유리수 A, B 의 값은?

- ① $A : 20, B : 4$ ② $A : 20, B : 5$ ③ $A : 10, B : 4$
④ $A : 10, B : -5$ ⑤ $A : 10, B : 5$

해설

$2x^2 + Ax + B = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 8B}}{4}$$

주어진 근을 변형하면 $\frac{-20 \pm \sqrt{368}}{4}$

$$\therefore A = 20, 400 - 8B = 368, B = 4$$

10. 이차방정식 $3x^2 - 2x - k = 0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2 - 2x - k = 0$ 이를 해를 가질 조건은

$$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k \geq 0 \therefore k \geq -\frac{1}{3} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$$D = 4^2 - 4 \times (k-1) \times (-5) = 16 + 20k - 20 < 0 \therefore k < \frac{1}{5} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{5}$$

$$\therefore k = 0$$

11. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$$\alpha + \alpha - 3 = 1$$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$$\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2} \quad \therefore m = -4$$

12. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 $-3, 8$ 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 $4, 6$ 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 12$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x-8) &= x^2 - 5x - 24 = 0 \\(x-4)(x-6) &= x^2 - 10x + 24 = 0 \\ \text{상수항은 } -24, \text{ 일차항의 계수는 } -10 \text{ 이므로} \\ x^2 - 10x - 24 &= 0 \\(x-12)(x+2) &= 0 \\ \therefore x = 12 \text{ 또는 } x = -2\end{aligned}$$

13. 한 근이 $5 - 2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5 + 2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) $= 10$, (두 근의 곱) $= 13$
따라서 $4(x^2 - 10x + 13) = 0$ 이므로
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$ 이다.
따라서 $b = -40, c = 52$, $c - b = 92$

14. 오징어와 문어를 파는 가게가 있다. 이 가게에서 하루 동안 팔린 오징어의 수는 문어의 수보다 3 마리 더 많고 오징어의 수와 문어의 수의 곱은 154 마리이다. 하루 동안 팔린 문어의 수를 구하여라.

▶ 답: 마리

▷ 정답: 11 마리

해설

오징어와 문어의 수를 $x+3$, x 마리라고 하면,

$$(x + 3)x = 154$$

$$x^2 + 3x - 154 = 0$$

$$(x - 11)(x + 14) = 0$$

$$\therefore x = 11 (\because x > 0)$$

15. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 180m 인 순간은 던져 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 4초

해설

$$\begin{aligned}h &= -5t^2 + 40t + 100 \\-5t^2 + 40t + 100 &= 180 \\t^2 - 8t + 16 &= 0 \\(t-4)^2 &= 0 \\\therefore t &= 4\end{aligned}$$

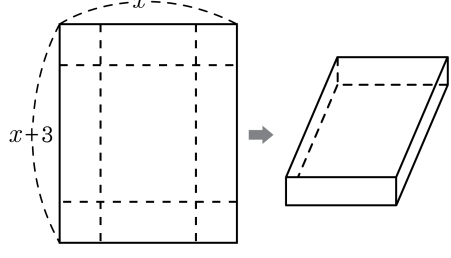
16. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로 길이는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 가로 길이는 $(17-x)\text{cm}$
또, (가로 길이) < (세로 길이) 이므로 $x > 17-x$, 즉 $x > 8.5$
 $x(17-x) = 72$
 $(x-8)(x-9) = 0$
 $x = 8$ 또는 $x = 9$
 $x > 8.5$ 이므로 $x = 9$

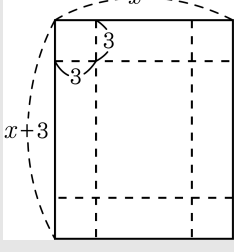
17. 세로의 길이가 가로 길이보다 3 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 210 cm^3 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로 길이는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm ④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

상자 밑면의 가로는 $x - 6$,
세로는 $(x + 3) - 6 = x - 3$, 높이는 3
이다.
부피는 $(x - 6)(x - 3) \times 3 = 210$
 $x^2 - 9x - 52 = 0, (x + 4)(x - 13) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 13$ (cm)



18. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

$$\text{따라서 양수인 근 } a \text{ 는 } 2 + \sqrt{11}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\therefore (a - [a] + 3)^2 = (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2$$

$$= (\sqrt{11})^2 = 11$$

19. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

20. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

21. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

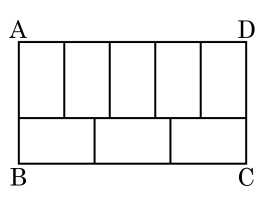
④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$
 $k < 0$ 이므로 $k = -8$
 $-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD의 넓이가 480cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 92cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{480}{8} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{5}{3}x$ 이다.

$$\frac{5}{3}x \times x = 60, x^2 = 36, x = 6 (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 5x, \overline{AB} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(5x + \frac{8}{3}x\right) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92 (\text{cm})$ 이다.

- 23.** 이차방정식 $x^2 - 6x - n = 0$ 의 해가 정수가 되도록 하는 두 자리의 정수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

$x = 3 \pm \sqrt{9+n}$ 이므로 해가 정수가 되기 위해서는
 $9+n = (\text{완전제곱수})$ 이고 n 은 두 자리의 정수이므로
 $9+n = 25, 36, 49, \dots, 100$
 $n = 16, 27, 40, 55, 72, 91$ 의 6개이다.

24. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$$x - y = k \text{ 라 하면 } y = x - k$$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

25. 이차방정식 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + 2bx - c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = -3$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-5)^2 + 6 = 31\end{aligned}$$

$x^2 + 2bx - c = 0$ 의 근이 $-5, 31$ 이므로

$$-2b = -5 + 31 = 26, b = -13$$

$$-c = -5 \times 31 = -155, c = 155$$

$$\therefore b + c = -13 + 155 = 142$$