1. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=7$

▷ 정답 : $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$A(A-3)-28=0$

$A^2-3A-28=0$

$(A-7)(A+4)=0$

$\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

2. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

3. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$ ② $k = 1$ ③ $k > 1$

④ $k < 1$ ⑤ $k > -1$

해설

$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$

$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로

$4(1 - k) < 0$

$\therefore\ k > 1$

4. 이차방정식 $x^2-(m-1)x+(m^2-7)=0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $m-1$, 두 근의 곱은 m^2-7

$m-1=m^2-7$이므로$m^2-m-6=0$

$(m-3)(m+2)=0$

$\therefore$ m 이 양수이므로 $m=3$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

① $3 - \sqrt{5}$ ② $-3 - \sqrt{5}$ ③ $3 + \sqrt{5}$

④ $-3 + \sqrt{5}$ ⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로

$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$

$\therefore a = -6$

$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$

6. n 명의 학생 중에 2 명의 주번을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주번 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5 명 ② 7 명 ③ 9 명 ④ 11 명 ⑤ 13 명

해설

$\frac{n(n-1)}{2} = 36$ 이므로

$n^2 - n - 72 = 0$

$(n-9)(n+8) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ (명) 이다.

7. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A, B가 있을 때, $A^2 - B^2$의 값은? (단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x, $x-5$라 하면

$x(x-5) = 104$

$x^2 - 5x - 104 = 0$

$x = 13 (\because x > 5)$

따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$이다.

8. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4+3\sqrt{2})$cm ② $(4-\sqrt{2})$cm ③ $(4+\sqrt{2})$cm

④ $(4-2\sqrt{2})$cm ⑤ $(4+2\sqrt{2})$cm

해설

처음 원의 반지름을 x cm 라 하면,

$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$

$x^2 = 2(x^2-4x+4)$

$(x-4)^2 = 8$

$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$

$x > 2$ 이므로 $x = 4+2\sqrt{2}$(cm) 이다.

9. 이차방정식 $2x^2 + Ax + B = 0$ 의 근이 $-5 \pm \sqrt{23}$ 일 때, 유리수 A, B 의 값은?

① $A : 20,\ B : 4$ ② $A : 20,\ B : 5$ ③ $A : 10,\ B : 4$

④ $A : 10,\ B : -5$ ⑤ $A : 10,\ B : 5$

해설

$2x^2 + Ax + B = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 8B}}{4}$$

주어진 근을 변형하면 $\frac{-20 \pm \sqrt{368}}{4}$

$\therefore\ A = 20,\ 400 - 8B = 368,\ B = 4$

10. 이차방정식 $3x^2-2x-k=0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2+4x-5=0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2-2x-k=0$ 이를 해를 가질 조건은

$D=(-2)^2-4\times3\times(-k)=4+12k\geq0 \therefore k\geq-\frac{1}{3}\cdots$ ㉠

$(k-1)x^2+4x-5=0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$D=4^2-4\times(k-1)\times(-5)=16+20k-20<0 \therefore k<\frac{1}{5}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $-\frac{1}{3}\leq k<\frac{1}{5}$

$\therefore k=0$

11. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$\alpha + \alpha - 3 = 1$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$\alpha(\alpha - 3) = \dfrac{m}{2}$ $\quad \therefore \ m = -4$

12. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -3, 8 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 4, 6 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 12$

해설

$(x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24 = 0$
$(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24 = 0$
상수항은 -24, 일차항의 계수는 -10 이므로
$x^2 - 10x - 24 = 0$
$(x-12)(x+2) = 0$
$\therefore\ x = 12$ 또는 $x = -2$

13. 한 근이 $5-2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5+2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) $=10$, (두 근의 곱) $=13$
따라서 $4(x^2-10x+13)=0$ 이므로
$4x^2-40x+52=0$ 이다.
따라서 $b=-40, c=52$, $c-b=92$

14. 오징어와 문어를 파는 가게가 있다. 이 가게에서 하루 동안 팔린 오징어의 수는 문어의 수보다 3 마리 더많고 오징어의 수와 문어의 수의 곱은 154 마리이다. 하루 동안 팔린 문어의 수를 구하여라.

▶ 답 : 마리

▷ 정답 : 11 마리

해설

오징어와 문어의 수를 $x+3$, x 마리라고 하면,

$(x+3)x = 154$

$x^2 + 3x - 154 = 0$

$(x-11)(x+14) = 0$

$\therefore\ x = 11 (\because x > 0)$

15. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 180m 인 순간은 던져 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 4초

해설

$h = -5t^2 + 40t + 100$

$-5t^2 + 40t + 100 = 180$

$t^2 - 8t + 16 = 0$

$(t-4)^2 = 0$

$\therefore\ t = 4$

16. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로의 길이는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로의 길이를 $x\,\text{cm}$라 하면 가로의 길이는 $(17-x)\,\text{cm}$

또, (가로의 길이) <(세로의 길이)이므로 $x > 17-x$, 즉 $x > 8.5$

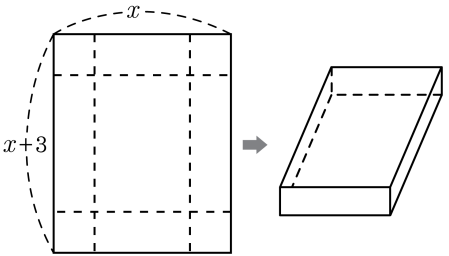
$x(17-x) = 72$

$(x-8)(x-9) = 0$

$x = 8$ 또는 $x = 9$

$x > 8.5$ 이므로 $x = 9$

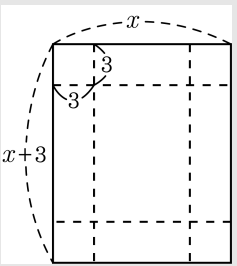
17. 세로의 길이가 가로의 길이보다 3 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 210 cm^3 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로의 길이는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm ④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

상자 밑면의 가로는 $x-6$,
세로는 $(x+3)-6=x-3$, 높이는 3 이다.
부피는 $(x-6)(x-3)\times 3=210$
$x^2-9x-52=0$, $(x+4)(x-13)=0$
$x>0$ 이므로 $x=13$ (cm)



18. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2]=1$, $[\sqrt{5}]=2$ 이다. 이차방정식 $x^2-4x-7=0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a-[a]+3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2-4x-7=0$ 에서

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+28}}{2}=2\pm\sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a는 $2+\sqrt{11}$

$3<\sqrt{11}<4$ 이므로 $5<2+\sqrt{11}<6$

$\therefore\ [a]=5$

$\therefore\ (a-[a]+3)^2=(2+\sqrt{11}-5+3)^2$

$=(\sqrt{11})^2=11$

19. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, −7 ② −7, 2 ③ −4, 9 ④ 3, −5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$

$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$

$x^2 + 5x - 14 = 0$

$(x+7)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = -7$ 또는 $x = 2$

20. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = \frac{5}{6}$, $\alpha\beta = \frac{a}{6}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$

$\therefore a = 1$

21. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k, $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$$2x^2 + kx + 8 = 0$$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

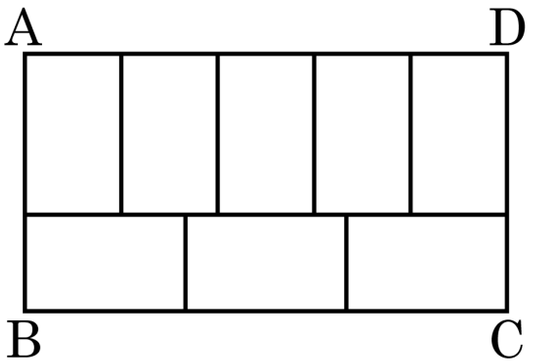
$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$, $k = \pm 8$

$k < 0$ 이므로 $k = -8$

-8, -3 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은

$x^2 + 11x + 24 = 0$

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 480cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 92 cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{480}{8} = 60\,(\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{5}{3}x$ 이다.

$\frac{5}{3}x \times x = 60,\ x^2 = 36,\ x = 6\,(\text{cm})$

$\overline{\text{AD}} = 5x,\ \overline{\text{AB}} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$

따라서 둘레의 길이는 $\left(5x + \frac{8}{3}x\right) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92\,(\text{cm})$ 이다.

23. 이차방정식 $x^2 - 6x - n = 0$ 의 해가 정수가 되도록 하는 두 자리의 정수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$x = 3 \pm \sqrt{9+n}$ 이므로 해가 정수가 되기 위해서는
$9 + n =$ (완전제곱수) 이고 n 은 두 자리의 정수이므로
$9 + n = 25,\ 36,\ 49,\ \cdots, 100$
$n = 16,\ 27,\ 40,\ 55,\ 72,\ 91$ 의 6 개이다.

24. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$ ② $-3 \pm \sqrt{2}$ ③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$ ⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$
이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면
$x(x-k) + (x-k)^2 - x + 8 = 0$
$2x^2 - (3k+1)x + k^2 + 8 = 0$
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로
$(3k+1)^2 - 4 \times 2(k^2+8) = 0$
$k^2 + 6k - 63 = 0$
$\therefore\ k = -3 \pm 6\sqrt{2}$
$\therefore\ x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$

25. 이차방정식 $x^2+5x-3=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+2bx-c=0$ 의 근은 $\alpha+\beta$, $\alpha^2+\beta^2$ 이다. 이 때, $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=-3$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-5)^2+6=31$

$x^2+2bx-c=0$ 의 근이 $-5, 31$ 이므로

$-2b=-5+31=26$, $b=-13$

$-c=-5\times 31=-155$, $c=155$

$\therefore\ b+c=-13+155=142$