1. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{5}{6}=0$ 의 근이 $x=\frac{A\pm\sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A+B$ 의 값은?

① -1 ② 11 ③ 5 ④ -8 ⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2+6x-10=0$

근의 공식(짝수 공식)을 이용하면

$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+90}}{9}=\frac{-3\pm3\sqrt{11}}{9}$

$\therefore\ x=\frac{-1\pm\sqrt{11}}{3}$, $A=-1$, $B=11$

$\therefore\ A+B=-1+11=10$

2. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$　② $k = 1$　③ $k > 1$

④ $k < 1$　⑤ $k > -1$

해설

$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$
$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로
$4(1 - k) < 0$
$\therefore\ k > 1$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

4. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143 일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다. (가) 에 알맞은 수는?

> 연속하는 두 홀수를 각각 $x,\ x+2$ 라고 하면
> $x(x+2)=143,\ x^2+2x-143=0,\ (x-11)(x+13)=0$
> $\therefore x=$ (가) $(x>0)$

① 11 ② -13 ③ 143 ④ 2 ⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 $x,\ x+2$ 라 하면
$x(x+2)=143,\ x^2+2x-143=0,\ (x-11)(x+13)=0$
$\therefore x=11\ (x>0)$

5. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면
$h = -125 + 225 + 50 = 150$
따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m 이다.

6. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32-x)=56$ ② $x(16-x)=28$

③ $x(32-x)=28$ ④ $x(16-x)=56$

⑤ $x(32-x)=112$

해설

가로의 길이를 $x$cm 라 하면, 세로의 길이는 $(16-x)$cm 이다.

$\therefore x(16-x)=56$

7. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$(x+3)^2\pi = 4x^2\pi$

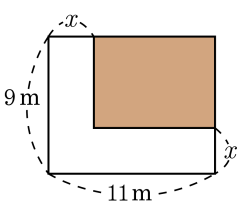
$x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$

$3x^2 - 6x - 9 = 0$

$3(x-3)(x+1) = 0$

$\therefore x = 3(\text{cm})\ (\because\ x > 0)$

8. 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 9 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48 m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



① 1 m ② 2 m ③ 3 m

④ 4 m ⑤ 5 m

해설

$(11-x)(9-x)=48$
$x^2-20x+51=0$
$(x-3)(x-17)=0$
$x<9$ 이므로 $x=3$(m)

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$ax^2 + 2bx + c = 0 \, (a \neq 0)$

$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$

$x^2 + \frac{2b}{a}x + ① = -\frac{c}{a} + ①$

$(x + ②)^2 = ③$

$x = ④ \pm ⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$ax^2 + 2bx + c = 0 \, (a \neq 0)$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$,

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$

$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$

$x + \frac{b}{a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

10. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{10}}{6}$ ② $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

③ $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$ ④ $x = \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = \dfrac{1}{3}$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times (-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

11. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2+b^2)(a^2+b^2+1)=9$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{37}}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{37}}{2}$ ③ $\dfrac{1+\sqrt{37}}{2}$
④ $\dfrac{1-\sqrt{37}}{2}$ ⑤ $\dfrac{-1\pm\sqrt{37}}{2}$

해설

$a^2+b^2=X$ 로 치환하면 $X(X+1)=9$
$X^2+X-9=0$
$\therefore a^2+b^2=\dfrac{-1\pm\sqrt{37}}{2}$
그런데 a, b 는 실수이므로
$a^2+b^2\geq 0$
$\therefore\ a^2+b^2=\dfrac{-1+\sqrt{37}}{2}$

12. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2-2x-4=0$　② $2x^2-5x+3=0$

③ $x^2-4x+5=0$　④ $x^2-4x+4=0$

⑤ $3x^2-10x+5=0$

해설

판별식 $D<0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4}=1+4=5>0$

②$D=25-24=1>0$

③$\frac{D}{4}=4-5=-1<0$

④$\frac{D}{4}=4-4=0$

⑤$\frac{D}{4}=25-15=10>0$

13. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$\alpha + \alpha - 3 = 1$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2}$ $\quad \therefore\ m = -4$

14. 이차방정식 $(x-1)(3x-2)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x-1)(3x-2)=0$
$3x^2-5x+2=0$
$\therefore\ a=3,\ b=-5,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c=3-5+2=0$

15. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 해가 $-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ 일 때, $ax^2+bx+1=0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$-a=-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$, $a=\frac{1}{4}$

$b=-\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=-\frac{3}{8}$

$ax^2+bx+1=0$ 에 $a=\frac{1}{4}$, $b=-\frac{3}{8}$ 대입하면

$\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{8}x+1=0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}}=\frac{3}{2}$ 이다.

16. 연속하는 3개의 양의 홀수를 제곱하여 더한 것이 251 일 때, 이 연속하는 세 홀수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 7

▷ 정답: 9

▷ 정답: 11

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$ 라고 하면,
$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=251$
$3x^2+8=251, x=\pm 9, x>0$ 이므로 $x=9$이다.
$\therefore$ 연속하는 세 홀수 : $7, 9, 11$

17. 구청에서 매달 2째, 4째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일 ② 15 일 ③ 18 일 ④ 22 일 ⑤ 29 일

해설

2째 주 수요일과 4째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

$x(x-14)=176$

$x^2-14x-176=0$

$(x-22)(x+8)=0$

$x>0$ 이므로 22 일이다.

18. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$
$3(x^2 - 2x) = -k - 2$
$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$
$3(x-1)^2 = -k + 1$
중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2-(k+2)x-3=0$ 의 두 근을 α, β라 할 때, $3(\alpha^2-k\alpha-3)(\beta^2-k\beta-3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2-(k+2)x-3=0$ 의 두 근이 α,β 이므로

$\alpha^2-k\alpha-2\alpha-3=0$ 에서, $\alpha^2-k\alpha-3=2\alpha$

$\beta^2-k\beta-2\beta-3=0$ 에서, $\beta^2-k\beta-3=2\beta$

두 근의 곱 $\alpha\beta=-3$

$\therefore 3(\alpha^2-k\alpha-3)(\beta^2-k\beta-3)=3\times 2\alpha\times 2\beta=-36$

20. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = \frac{5}{6}$, $\alpha\beta = \frac{a}{6}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$

$\therefore a = 1$

21. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 t, $2t$ 라 하면,
$t \times 2t = 2$, $t = \pm 1$
$3t = 3a$,
$t = -1$ 일 때 $a = -1$
$t = 1$ 일 때 $a = 1$
$\therefore\ a = \pm 1$

22. 자연수 1에서 n까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$이다. 자연수 4부터 n까지의 합이 85일 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$(4+5+6+\cdots n)=(1+2+\cdots n)-(1+2+3)$

$\frac{n(n+1)}{2}-6=85$이므로

$n(n+1)=182$

$n^2+n-182=0$

$(n-13)(n+14)=0$

$n>0$이므로 $n=13$이다.

23. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a-1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$x^2 - 6x = -a + 1$, $x^2 - 6x + 9 = -a + 10$, $(x-3)^2 = -a + 10$
$x - 3 = \pm\sqrt{-a+10}$, $x = 3 \pm \sqrt{10-a}$
두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로
$10 - a = 9, 4, 1$ 에서 $a = 1, 6, 9$
a 값 들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

24. 이차방정식 $\frac{x^2+3x}{m-2}=\frac{2x-5}{m+1}$ 의 두 근의 곱이 3일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{13}{2}$

해설

$\frac{x^2+3x}{m-2}=\frac{2x-5}{m+1}$

$(m+1)\left(x^2+3x\right)=(m-2)(2x-5)$

$(m+1)x^2+3(m+1)x-2(m-2)x+5(m-2)=0$

두 근의 곱이 3이므로

$\frac{5(m-2)}{m+1}=3$

$3(m+1)-5(m-2)=0$

$-2m+13=0$

$2m=13$

$\therefore\ m=\frac{13}{2}$

25. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 $x=\dfrac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$ 로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 -2, 5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-\dfrac{5}{2}$

▷ 정답: $x=1$

해설

$x=\dfrac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$$\frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{a}+\frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{a}=\frac{2b}{a}$$
$$=-2+5$$
$$=3$$

즉, $\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{2}$ 이므로 $3a=2b$, $b=\dfrac{3}{2}a$

$$\frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{a}\times\frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{a}=\frac{4c}{a}$$
$$=(-2)\times5$$
$$=-10$$

즉, $\dfrac{c}{a}=-\dfrac{5}{2}$ 이므로 $5a=-2c$, $c=-\dfrac{5}{2}a$

따라서 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $ax^2+\dfrac{3}{2}ax-\dfrac{5}{2}a=0$ 이다.

그런데 $a\neq0$ 이므로

$2x^2+3x-5=0$

$(2x+5)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-\dfrac{5}{2},\ x=1$