

1. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -1

② 11

③ 5

④ -8

⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$

근의 공식(작수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

2. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $k = 1$

③ $k > 1$

④ $k < -1$

⑤ $k > -1$

해설

$$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$$

$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로

$$4(1 - k) < 0$$

$$\therefore k > 1$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$

두 근의 곱은 a 이므로

$$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$$

4. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다.
(가)에 알맞은 수는?

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면

$$x(x + 2) = 143, x^2 + 2x - 143 = 0, (x - 11)(x + 13) = 0$$

$$\therefore x = \boxed{\text{(가)}} (x > 0)$$

① 11

② -13

③ 143

④ 2

⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면

$$x(x + 2) = 143, x^2 + 2x - 143 = 0, (x - 11)(x + 13) = 0$$

$$\therefore x = 11 (x > 0)$$

5. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m

② 125m

③ 150m

④ 175m

⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

6. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32 - x) = 56$

② $x(16 - x) = 28$

③ $x(32 - x) = 28$

④ $x(16 - x) = 56$

⑤ $x(32 - x) = 112$

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면, 세로의 길이는 $(16 - x)\text{cm}$ 이다.

$$\therefore x(16 - x) = 56$$

7. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x + 3)^2 \pi = 4x^2 \pi$$

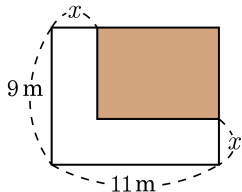
$$x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$3(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 3(\text{cm}) \quad (\because x > 0)$$

8. 가로, 세로의 길이가 각각 11m, 9m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m

해설

$$(11 - x)(9 - x) = 48$$

$$x^2 - 20x + 51 = 0$$

$$(x - 3)(x - 17) = 0$$

$$x < 9 \text{ 이므로 } x = 3(\text{m})$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

10. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times (-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

11. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

12. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

13. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$$\alpha + \alpha - 3 = 1$$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$$\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2} \quad \therefore m = -4$$

14. 이차방정식 $(x-1)(3x-2)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(x-1)(3x-2)=0$$

$$3x^2-5x+2=0$$

$$\therefore a=3, b=-5, c=2$$

$$\therefore a+b+c=3-5+2=0$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 일 때, $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에 $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$ 대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ 이다.

16. 연속하는 3개의 양의 홀수를 제공하여 더한 것이 251 일 때, 이 연속하는 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x , $x+2$ 라고 하면,

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$3x^2 + 8 = 251, x = \pm 9, x > 0$ 이므로 $x = 9$ 이다.

$\therefore$ 연속하는 세 홀수 : 7, 9, 11

17. 구청에서 매달 2째, 4째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일

② 15 일

③ 18 일

④ 22 일

⑤ 29 일

해설

2째 주 수요일과 4째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

$$x(x-14) = 176$$

$$x^2 - 14x - 176 = 0$$

$$(x-22)(x+8) = 0$$

$x > 0$ 이므로 22 일이다.

18. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$

$\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$

두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$

$\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

20. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

21. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 라 하면,

$$t \times 2t = 2, t = \pm 1$$

$$3t = 3a,$$

$$t = -1 \text{ 일 때 } a = -1$$

$$t = 1 \text{ 일 때 } a = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

22. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 4부터 n 까지의 합이 85일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$(4 + 5 + 6 + \cdots n) = (1 + 2 + \cdots n) - (1 + 2 + 3)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 6 = 85 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 182$$

$$n^2 + n - 182 = 0$$

$$(n-13)(n+14) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 13 \text{ 이다.}$$

23. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

a 값 들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

24. 이차방정식 $\frac{x^2 + 3x}{m - 2} = \frac{2x - 5}{m + 1}$ 의 두 근의 곱이 3일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{2}$

해설

$$\frac{x^2 + 3x}{m - 2} = \frac{2x - 5}{m + 1}$$

$$(m + 1)(x^2 + 3x) = (m - 2)(2x - 5)$$

$$(m + 1)x^2 + 3(m + 1)x - 2(m - 2)x + 5(m - 2) = 0$$

두 근의 곱이 3이므로

$$\frac{5(m - 2)}{m + 1} = 3$$

$$3(m + 1) - 5(m - 2) = 0$$

$$-2m + 13 = 0$$

$$2m = 13$$

$$\therefore m = \frac{13}{2}$$

25. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 -2, 5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ 이므로 $3a = 2b, b = \frac{3}{2}a$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

즉, $\frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$ 이므로 $5a = -2c, c = -\frac{5}{2}a$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{5}{2}a = 0$ 이다.

그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}, x = 1$$