

1. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$ 과 중심이 같고, 원점을 지나는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 &= 0 \\ \Rightarrow (x + 4)^2 + (y - 3)^2 &= 26 \\ \text{중심 : } (-4, 3) \\ \therefore (x + 4)^2 + (y - 3)^2 &= r^2, \\ (0, 0) \text{을 지나므로} \\ r &= 5 (\because r > 0)\end{aligned}$$

2. x 가 10 보다 작은 자연수이고 $y = x - 5$ 일 때, y 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 0

② 4

③ -4

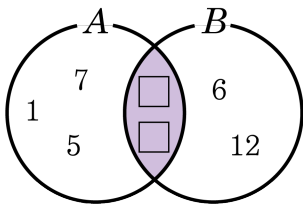
④ 8

⑤ 10

해설

x 가 10 보다 작은 자연수이므로
 x 가 1 부터 9 까지의 자연수이다.
따라서 $x = 9$ 일 때,
 $y = x - 5$ 의 최댓값은 4 이므로 $M = 4$
 $x = 1$ 일 때,
 $y = x - 5$ 의 최솟값은 -4 이므로 $m = -4$
따라서 $M - m = 8$

3. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 쓰시오.



▶ 답 :

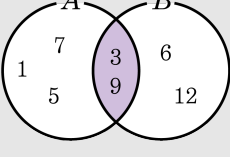
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



4. 두 집합 $A = \{a, 8\}, B = \{1, 4, b\}$ 가 다음을 만족할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$A \cap B = \{4, 8\}$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.
 $A \cap B = \{4, 8\}$ 이므로 $\{4, 8\} \subset \{a, 8\}$, $\{4, 8\} \subset \{1, 4, b\}$ 이다.
따라서 $a = 4, b = 8$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{8}{4} = 2$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B - A$ 로 옳은 것은?

① $\{1, 6\}$

② $\{1, 2, 6\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\emptyset$

해설

$A \supset B$ 이므로 $B - A = \emptyset$ 이다.

6. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cup A^c = U$

③ $(A^c)^c = A$

④ $\emptyset^c = U$

⑤ $A - B = A \cup B^c$

해설

$$A - B = A - (A \cap B) = A \cap B^c$$

7. 일차함수 $y = px + q$ 의 역함수가 $y = -5x + 7$ 일 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 는?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ 4

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 8

해설

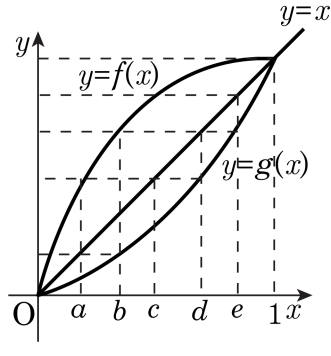
$y = -5x + 7$ 의 역함수를 구하면

$$x = -5y + 7, y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$p = -\frac{1}{5}, q = \frac{7}{5}$$

$$\therefore p + q = \frac{6}{5}$$

8. 집합 $A = \{x|0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함숫값을 구한다.
 $f^{-1}(d) = x$ 라 하면,
 $f(x) = d \quad \therefore x = b$
 $\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$
 $= (f \circ g)(f^{-1}(d))$
 $= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

9. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

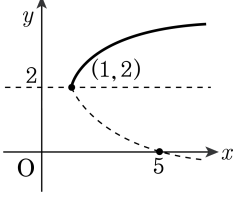
① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



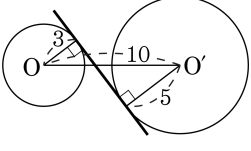
해설

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를
 x 축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ ($a > 0$) 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은 $x \geq 1$, $y \geq 2$ 이므로
 $x = a(y-2)^2 + 1$
점 (5, 0)을 지나므로
 $5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$
 $x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$

10. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

11. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동시킨 직선의 방정식을 구하면?

- ① $2x + y + 3 = 0$ ② $2x - y - 3 = 0$ ③ $2x + y - 3 = 0$
④ $x - 2y - 3 = 0$ ⑤ $x - 2y + 3 = 0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

12. $0 < a < 1$ 일 때, $P = \frac{1}{a}$, $Q = \frac{1}{2-a}$, $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $P < R < Q$ ② $R < Q < P$ ③ $Q < P < R$
 ④ $Q < R < P$ ⑤ $R < P < Q$

해설

$$\text{i) } \frac{1}{a} - \frac{1}{2-a} = \frac{2-a-a}{a(2-a)} = \frac{2(1-a)}{a(2-a)}$$

이 때 $a > 0$, $2-a > 0$, $1-a > 0$ 이므로

$$\frac{2(1-a)}{a(2-a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{2-a}$$

즉, $P > Q$

$$\text{ii) } \frac{1}{a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a^2}{a(2+a)} = \frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)}$$

이 때 $a > 0$, $2+a > 0$, $a-2 < 0$, $a+1 > 0$ 이므로

$$\frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)} > 0 \quad \therefore \frac{1}{a} > \frac{a}{2+a}$$

즉, $P > R$

$$\text{iii) } \frac{1}{2-a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a(2-a)}{(2-a)(2+a)}$$

$$= \frac{2+a-2a+a^2}{(2-a)(2+a)} = \frac{a^2-a+2}{(2-a)(2+a)}$$

이 때 $2-a > 0$, $2+a > 0$, $a^2-a+2 > 0$ 이므로 $\frac{1}{2-a} > \frac{a}{2+a}$

$\therefore Q > R$ 따라서, $P > Q > R$ 이다.

13. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고
 $g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로
 $f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$

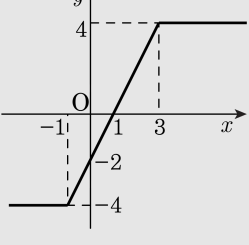
14. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서
i) $x < -1$ 일 때
 $y = -(x + 1) + x - 3 = -4$
ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때
 $y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$
iii) $x \geq 3$ 일 때
 $y = x + 1 - (x - 3) = 4$
이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로
 $M = 4, m = -4$
 $\therefore M - m = 4 - (-4)$
 $= 8$



15. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

16. $2x = 3y = 4z$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2 - z^2}{xy - yz - zx}$ 의 값은?

- ① 6 ② $-\frac{6}{11}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $-\frac{11}{6}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$$2x = 3y = 4z = k(k \neq 0) \Rightarrow x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{4}$$

$$\frac{\frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{16}}{\frac{k^2}{6} - \frac{k^2}{12} - \frac{k^2}{8}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{8}} = -\frac{11}{6}$$

17. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, \quad b = 3k, \quad c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

18. 중심이 C(1, 2)이고, 직선 L : $x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 반지름을 r 이라 할 때 r^2 은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

$$\text{반지름은 } \frac{|1 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

∴ 구하는 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore r^2 = 5$$

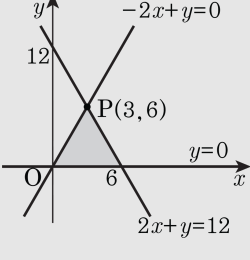
19. 세 부등식 $2x + y \leq 12$, $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 을 동시에 만족시키는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

구하는 영역 $2x + y \leq 12$,
 $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 은
세 직선으로 둘러싸인 빗금친 부분이다.
교점 P를 구하면
연립방정식
 $-2x + y = 0$, $2x + y = 12$ 의 근이므로
 $P(3, 6)$



구하는 면적은 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

20. 다음 글을 읽고, 예진의 친구들 중 키가 150 cm 이상이고, 몸무게가 50 kg 이 안되는 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

성모 : 친구들 중에 키가 150 cm 이상인 친구와 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 각각 몇 명이니?
예진 : 키가 150 cm 이상인 친구는 8 명이고, 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 6 명이야.
성모 : 키가 150 cm 이상이고 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 몇 명이야?
예진 : 5 명이야. 그럼 내 친구들 중에 키 150 cm 이상에 50 kg 이 안되는 친구는 모두 몇 명일까?
성모 : 명

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

성모의 친구 중 키가 150 cm 이상인 친구는 8 명, 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 6 명이다.
따라서 예진의 친구 중 키만 150 cm 이상인 친구는 키가 150 cm 이상인 친구 8 명 중에서 몸무게가 50 kg 이상인 친구 5 명을 제외한 3 명이다.

21. 다음 <보기>의 명제 중 참인 명제의 개수를 구하면?

보기

- ㉠ 소수이면 홀수이다.
- ㉡ $ab \neq 6$ 이면 $a \neq 2$ 또는 $b \neq 3$ 이다.
- ㉢ 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ 실수 a, b, c 에 대하여 $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ 짝수인 소수도 있다.
- ㉡ 대우명제 ‘ $a = 2$ 이고 $b = 3$ 이면 $ab = 6$ 이다.’ 는 참이므로 주어진 명제는 참이다.
- ㉢ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
따라서 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ $c = 0$ 이면 $ac = bc$ 이지만 $a = b$ 인 것은 아니다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = \pm 2$ 이다

22. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P - Q = \emptyset$ 이면 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ② p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ③ p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
- ④ p 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

해설

$P - Q = \emptyset$ 이면 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

23. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{25}{9}$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 8

④ 16

⑤ 34

해설

$$\begin{aligned}\frac{25}{9} &= 2 + \frac{7}{9} = 2 + \frac{1}{\frac{9}{7}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = 1, c = 3, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 8$$

24. 둘레와 넓이가 같은 반원의 반지름의 길이는?

① π

② $\frac{2}{\pi}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $2 + \frac{4}{\pi}$

해설

반원의 반지름의 길이를 r 이라고 하면,

$$\pi r + 2r = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$\therefore r = 2 + \frac{4}{\pi}$$

25. 두 함수 $y = \frac{5x+1}{3x-2}$, $y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선이 일치할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$y = \frac{5x+1}{3x-2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{5}{3}$ 이고,

$y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$x = -\frac{b}{2}$, $y = \frac{a}{2}$ 이다.

이 때, 두 그래프의 점근선이 일치하므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{b}{2}, \frac{5}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore a+b=2$$