

1. 다음 보기 중 유한집합은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ㉡ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 수}\}$
- ㉢ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 홀수}\}$
- ㉤ $\{x \mid x \text{는 무지개의 색깔}\}$
- ㉥ $\{x \mid x \text{는 우리나라의 놀이 동산}\}$
- ㉦ $\{x \mid x \text{는 우리나라 사람 중에서 '차' 씨 인 사람}\}$

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

유한집합은 ㉠, ㉢, ㉤, ㉦의 모두 4개이다.

2. 다음 중 틀린 것은?

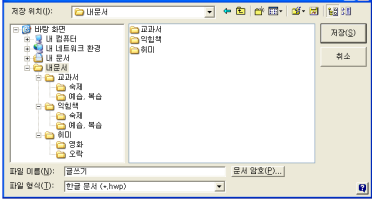
- ① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
- ② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$
- ③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

- ② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

3. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다.

다음 그림에서 속제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



- ① 부분집합

② 진부분집합

③ 서로 같은 집합

④ 속하는 집합

⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A, X \neq A$ 이므로 $X =$ (속제), $A =$ (내문서) 라 하면 $X \subset A, X \neq A$ 가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

4. 다음은 한샘이가 수학 문제를 푼 것이다. 밑줄 친 부분에서 틀린 것은?

[문제] 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $B = \{2, 5, 7\}$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.
[풀 이] $\ominus n(A) = 4$, $\ominus n(B) = 3$ 이 므 로 $\ominus n(A - B) = n(A) - n(B) = 1$ 이다.

▶ 답 :

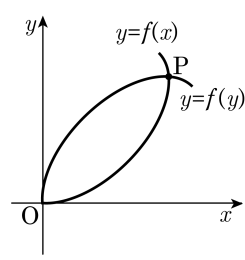
▷ 정답 : $\ominus$

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 4 - 2 = 2$
틀린 곳은 $\ominus$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
 ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
 ⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다. 따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로 $(2, 2)$ 이다.

6. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

7. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0)$ 라고 가정하면

$x = 3k, y = 2k$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

8. 다음 무리식의 값이 실수가 되는 x 의 범위를 구하면?

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$$

- ① $1 < x < 3$

③ $x > 3$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$
- ② $1 \leq x \leq 3$

④ $x < 1$

해설

$x-1 \geq 0, x \geq 1 \cdots \textcircled{1}$
 $3-x \geq 0, x \leq 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 모두 만족하는 범위는 $1 \leq x \leq 3$

9. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1$, $y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

10. 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 의 중심이 $(4,-2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 중심이 $(4,-2)$ 이므로

$$(x-4)^2+(y+2)^2=r^2$$

$$x^2+y^2-8x+4y+20-r^2=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이때, 원 $\textcircled{1}$ 과 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 이 같으므로

$$-2k=-8, \quad k=4$$

$$3k=20-r^2$$

$$\therefore k=4, \quad r=2\sqrt{2} (\because r>0)$$

따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

11. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(5, -3)$ 을 지나는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 $\therefore$ 중심은 $(2, 1)$ 이다.
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$
 $(5, -3)$ 을 지나므로 대입하면,
 $(5 - 2)^2 + (-3 - 1)^2 = r^2 \quad r = 5$
 $\therefore a + b + r = 2 + 1 + 5 = 8$

12. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼
평행이동한 점의 좌표는
 $(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
 $\therefore a = 2$

13. 부등식 $y \leq -x^2 + 4$ 를 만족시키는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$ 의 경계를 포함한
아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $P(x, y)$ 중 x, y 가 모두 양의
정수인 것은

(i) $x = 1$ 일 때

$y \leq -1^2 + 4 = 3$ 이므로 $y = 1, 2, 3$

(ii) $x = 2$ 일 때

(11) $x = 2$ 일 때
 $y \leq -2^2 + 4 = 0$

즉, 양의 정수 y 는 존재하지 않는다.

따라서 x, y 가 모두 양의 정수인 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ 의 3개이다.

14. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

해설

대우 : $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

15. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$
$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

- ① $A < B$

② $A \leq B$

③ $A > B$

④ $A \geq B$

⑤ $A = B$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= 3x^2 - xy + 2y^2 - (2x^2 + 3xy - 3y^2) \\ &= x^2 - 4xy + 5y^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 + y^2 \\ &= (x - 2y)^2 + y^2 \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$

16. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

- ① $|a| \geq a$
② $a \geq b, b \geq c$ 이면 $a \geq c$
③ $|a|^2 = a^2$
④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$
⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

해설

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \text{ (③이 쓰임)} \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \text{ (①이 쓰임)} \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \text{ (④가 쓰임)} \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \text{ (⑤가 쓰임)} \end{aligned}$$

따라서, ②는 쓰이지 않았다.

17. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

18. 두 점 A (0, 0), B (6, 0) 에 대하여 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 을 만족하는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $(x - 2)^2 + y^2 = 4$

② $(x - 4)^2 + y^2 = 8$

③ $(x - 6)^2 + y^2 = 12$

④ $(x - 8)^2 + y^2 = 16$

⑤ $(x - 10)^2 + y^2 = 20$

해설

조건을 만족하는 점을 P (x, y) 라고 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{x^2 + y^2}, \overline{BP} = \sqrt{(x - 6)^2 + y^2}$$

이때, $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 에서 $\overline{AP} = 2\overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{(x - 6)^2 + y^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $x^2 + y^2 - 16x + 48 = 0$

따라서, 구하는 자취의 방정식은

$$(x - 8)^2 + y^2 = 16$$

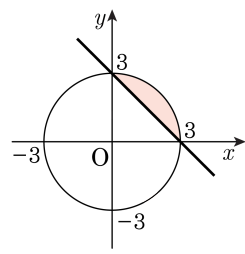
19. 직선 $y = mx - 4m + 3$ 이 두 점 $(0, 1)$, $(2, 5)$ 를 잇는 선분과 한 점에서 만날 때, m 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$y = mx - 4m + 3$ 에서 $mx - y - 4m + 3 = 0$
두 점 $(0, 1)$, $(2, 5)$ 이 위의 직선의 위에 한 점이 있거나 또는 서로 반대쪽에 있으므로
 $(-1 - 4m + 3)(2m - 5 - 4m + 3) \leq 0$
 $(-4m + 2)(-2m - 2) \leq 0$
 $(2m - 1)(m + 1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq m \leq \frac{1}{2}$

20. 다음 그림의 어두운 부분을 연립부등식으로
바르게 나타낸 것은?
(경계선 포함)



- ① $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ y \geq -x + 3 \end{cases}$
 ② $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 9 \\ y \geq -x + 3 \end{cases}$
 ③ $(x^2 + y^2 - 9)(x + y - 3) \leq 0$
 ④ $(x^2 + y^2 - 9)(x + y - 3) \geq 0$
 ⑤ $(x^2 + y^2 - 9)(x + y - 3) < 0$

해설

원의 방정식: $x^2 + y^2 = 9$

직선의 방정식: $y = -x + 3$

$\Rightarrow$ 원의 내부, 직선의 위쪽을 나타내므로

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ y \geq -x + 3 \end{cases}$$

21. 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.

① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 홀수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 4로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

22. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $B^c = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A^c - B^c$ 은?

① $\{3, 5\}$

② $\{3, 7\}$

③ $\{3, 5, 7\}$

④ $\{3, 5, 7, 9\}$

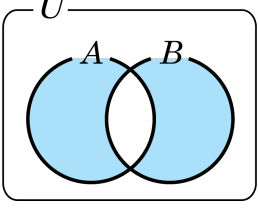
⑤ $\{3, 5, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

$A^c - B^c = \{3, 5, 6, 7, 9, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.

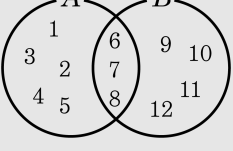
23. 두 집합 A, B 에 대하여
 $B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 이고
다음의 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 해당하는 수의 집합이
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설



- (1) 위의 그림의 벤 다이어그램이 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 를 나타내므로
 $(A \cup B) - (A \cap B)$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} - \{6, 7, 8\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12\}$
이므로 $A \cap B = \{6, 7, 8\}$
- (2) 집합 A 는 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- (3) 따라서 집합 A 의 모든 원소의 합은
 $\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$

24. 함수 $f(x) = x + 1$ 라 할 때, $f^{10}(2)$ 의 값을 구하여라. (단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

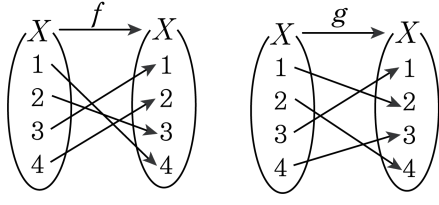
해설

$$\begin{aligned}f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\&= (x+1) + 1 = x+2 \\f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\&= (x+1) + 2 = x+3 \\f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\&= (x+1) + 3 = x+4 \\&\quad \dots\end{aligned}$$

$$f^n(x) = x + n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2 + 10 = 12$$

25. 두 함수 f, g 가 각각 다음 그림과 같이 정의될 때, $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

함수 f 는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

이 때, $f(4) = 2$ 이므로 $f^{-1}(2) = 4$

$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2)) = g(4) = 3$