1. 점 $(5,\ 1)$과 $(-1,\ 7)$을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2+(y-2)^2=12$　② $(x-2)^2+(y-1)^2=15$

③ $(x-2)^2+(y-4)^2=18$　④ $(x-2)^2+(y-6)^2=21$

⑤ $(x-4)^2+(y-6)^2=25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 $C(2,4)$
구하는 원의 반지름의 길이는
$r=\sqrt{(2-(-1))^2+(4-7)^2}=\sqrt{18}$
$\therefore\ (x-2)^2+(y-4)^2=18$

2. 다음 중 직선 $x+2y-1=0$ 을 x 축의 방향으로 3 , y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시킨 직선 위에 있는 점은?

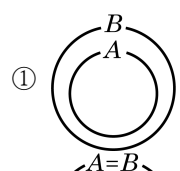
① $(1,\ 2)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(3,\ 0)$

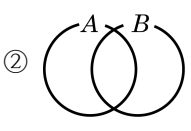
④ $(4,\ -1)$ ⑤ $(5,\ -2)$

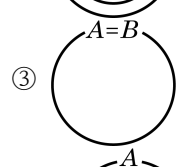
해설

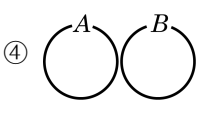
$x+2y-1=0$ 에 x 대신 $x-3$,
y 대신 $y+1$ 을 대입하면
$(x-3)+2(y+1)-1=0$
$\therefore x+2y-2=0$
따라서 직선 $x+2y-2=0$ 위에
있는 점은 $(4,-1)$ 이다.

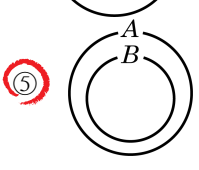
3. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
$B \subset A$, $A \neq B$

4. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\varnothing$ ② A ③ $\{8\}$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$ ⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\varnothing$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{16\}$, $\{4, 8\}$, $\{4, 16\}$, $\{8, 16\}$, $\{4, 8, 16\}$이다.

5. $A = \{a,\ b,\ c\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 써라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 A 의 부분집합 : $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,\ b\}$, $\{a,\ c\}$, $\{b,\ c\}$, $\{a,\ b,\ c\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 8 개이다.

6. 양수 a, b에 대하여 $\dfrac{4a+9b}{6\sqrt{ab}}$ 의 최솟값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}} = \frac{1}{6}\left(\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{9\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)$$
$$\geq \frac{1}{6} \times 2 \times \sqrt{4 \times 9} = 2$$

해설

7. 두 집합 $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{a,\ b,\ c\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 3 가지

해설

함수 f 가 상수함수인 경우는
$f(1) = f(2) = f(3) = a$
$f(1) = f(2) = f(3) = b$
$f(1) = f(2) = f(3) = c$ 의 3 가지이다

8. 함수 $y = \dfrac{2}{x+3} - 4$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$일 때, $a - b$의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3$, $y = -4$이므로 $a - b = 1$

9. 분수함수 $y=\dfrac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1,\ y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② 5 ③ -7 ④ 7 ⑤ $\dfrac{3}{4}$

해설

$y=\dfrac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1,\ y=6$ 이므로

$y=\dfrac{6(x-1)+9}{x-1}=\dfrac{9}{x-1}+6$

$\therefore\ a=-1,\ b=6$

$\therefore\ a+b=5$

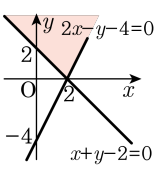
10. 점 $(a,\ -4)$ 이 곡선 $y = x^2 + 5x$ 의 윗부분에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?

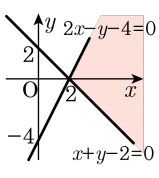
① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

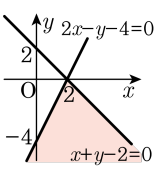
해설

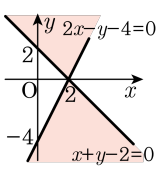
점 $(a,\ -4)$ 가 곡선 $y = x^2 + 5x$ 의 윗부분에
있도록 하기 위해선 $y > x^2 + 5x$ 이어야 한다.
$(a,\ -4)$ 를 대입하면 $-4 > a^2 + 5a$
즉, $a^2 + 5a + 4 < 0$, $(a+4)(a+1) < 0$
$\therefore\ -4 < a < -1$
$a = -3,\ -2$ 총 2 개

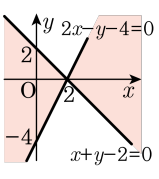
11. 부등식 $(x+y-2)(2x-y-4)<0$ 을 만족하는 영역을 좌표평면 위에 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

경계선 위에 있지 않은 임의의 점을 부등식 $(x+y-2)(2x-y-4)<0$ 에 대입해보면구하는 영역은 ④번과 같다.

12. 집합 $A = \{x \mid x$는 16의 약수$\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$ 이므로
$n(A) = 5$

13. x가 양의 실수 일 때, $x^2+1+\frac{1}{x^2}$의 최솟값과 그 때의 x값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 1

해설

$x^2 > 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$x^2+1+\frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}}+1 \geq 2+1=3$

등호는 $x^2=\frac{1}{x^2}$일 때 성립하므로 $x^4=1$

따라서 양의 실수 x는 1이다.

최솟값은 3이고, x값은 1이다.

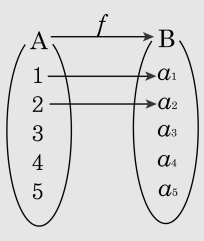
14. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1) = a_1,\ f(2) = a_2$ 인 함수 f 의 개수는?

① 8 개　② 25 개　③ 64 개

④ 81 개　⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1,\ f(2) = a_2$ 인 함수
$f : A \to B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소 3, 4, 5 에 B 의 원소 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중 하나를 각각 대응시키면 된다.
따라서, 구하는 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 5 = 125$ (개)



15. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 3$일 때, 합성함수 $g \circ f$의 역함수 $(g \circ f)^{-1}(x)$를 구하면 무엇인가?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 1$

해설

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+2)$$
$$= 2(x+2) - 3 = 2x + 1$$

합성함수 $g \circ f$는 일대일대응이므로
역함수가 존재한다.
$y = 2x + 1$로 놓고 x에 대하여 풀면
$x = \frac{y}{2} - \frac{1}{2}$ 이 된다.

따라서, $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$이다.

16. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$를 간단히 하면?

① $-2a$ ② $-a$ ③ $a-2b$

④ a ⑤ 0

해설

$a \geq 0,\ b < 0$

$|a-b| - |b| = (a-b) + b = a$

17. $y = \dfrac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1,\ y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = \dfrac{3-ax}{1-x} = \dfrac{ax-3}{x-1} = \dfrac{a-3}{x-1} + a$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1,\ y = a$

$\therefore\ a = -2$

18. 두 원 $x^2+y^2=r^2$ $(r>0)$, $(x+3)^2+(y-4)^2=4$가 외접할 때, r의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

두 원 $x^2+y^2=r^2$ $(r>0)$, $(x+3)^2+(y-4)^2=4$의 중심 사이의 거리 $d=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$
두 원이 외접하면 $r+2=5$이므로 $r=3$

19. 두 원 $x^2+y^2=4$ 와 $3x^2+3y^2-4x+8y=0$ 의 교점을 지나면서 중심이 $y=-x-1$ 위에 있는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 원의 교점을 지나는 원을 구하는 공식에 따라 두 원 $x^2+y^2=4$ 와 $3x^2+3y^2-4x+8y=0$ 의 교점을 지나는 원의 방정식이
$3k(x^2+y^2-4)+3x^2+3y^2-4x+8y=0$
$x^2+y^2-\left(\frac{4}{3k+3}x\right)+\frac{8}{3k+3}y-\frac{4k}{k+1}=0$ 임을 알 수 있다.
이 원의 중점은 $\left(\frac{2}{3k+3}, -\frac{4}{3k+3}\right)$ 이다.
원의 중점이 $y=-x-1$ 을 지난다고 했으므로 중점을 대입했을 때
$k=-\frac{1}{3}$ 이다.
그리고 중점은 $(1,-2)$ 이고 $r^2=3$ 이다.
$(x-1)^2+(y+2)^2=3$ 의 값에서 원의 반지름이 $\sqrt{3}$ 임을 알 수 있다.

20. 원 $(x-2)^2+(y-3)^2=9$ 밖의 한 점 $P(8,-4)$에서 이 원에 그은 접선의 길이를 구하면?

① $\sqrt{19}$ ② $2\sqrt{19}$ ③ $3\sqrt{19}$ ④ $4\sqrt{19}$ ⑤ $5\sqrt{19}$

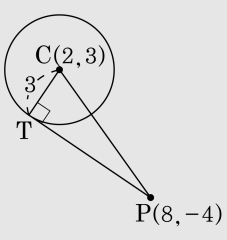
해설

다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 $\mathrm{P}(8,-4)$에서
원 $(x-2)^2+(y-3)^2=9$에 접선을 그어 그 접점을 T, 이 원의 중심을 C라고 하면 $\triangle \mathrm{PTC}$는 $\angle \mathrm{PTC}=90°$인 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PC}}^2-\overline{\mathrm{CT}}^2$

$=\left\{(8-2)^2+(-4-3)^2\right\}-3^2=76$

$\overline{\mathrm{PT}}=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$



21. 집합 $A = \{\varnothing, 0, 1, \{0, 1\}\}$에 대하여 다음 중 옳은 것의 개수를 구하면?

보기

㉠ $\varnothing \in A$　　㉡ $\varnothing \subset A$　　㉢ $\{\varnothing\} \subset A$

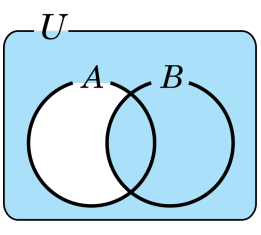
㉣ $\{0\} \in A$　　㉤ $\{0, 1\} \subset A$　　㉥ $\{\{0, 1\}\} \subset A$

① 2개　② 3개　③ 4개　④ 5개　⑤ 6개

해설

$\varnothing$이 원소로 들어 있으므로 ㉠, ㉢은 참.
$\varnothing$은 모든 집합의 부분집합이므로 ㉡은 참.
$\{0\}$ 은 원소가 아니라 부분집합이므로 ㉣은 거짓.
0, 1은 원소이므로 ㉤은 참.
$\{0, 1\}$ 이 원소이므로 ㉥은 참.

22. 전체집합 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A=\{x|x$는 5 이하의 홀수$\}$,
$B=\{x|x$는 4의 약수$\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1,2,4\}$ ② $\{1,2,6\}$ ③ $\{1,3,6\}$
④ $\{1,2,4,6\}$ ⑤ $\{1,2,5,6\}$

해설

$A=\{1,3,5\}, B=\{1,2,4\}$ 이므로

색칠한 부분은 $\{1,2,4,6\}$ 이다.

23. 전체집합 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - (A - B) = \{3,\ 6\}$, $B - (A \cap B) = \{2,\ 7\}$ 일 때, 집합 B^c 의 모든 원소의 합은?

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \varnothing \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B = \{3,\ 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B - (A \cap B) &= B \cap (A \cap B)^c \\ &= B \cap (A^c \cup B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup (B \cap B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup \varnothing \\ &= B \cap A^c = B - A = \{2,\ 7\} \end{aligned}$$

$B = (A \cap B) \cup (B - A) = \{2,\ 3,\ 6,\ 7\}$

$\therefore B^c = \{1,\ 4,\ 5,\ 8,\ 9\}$

원소의 합은 27 이다.

24. $x \le -2$ 또는 $0 < x \le 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \le a$ 이고, 충분조건이 $x \le b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

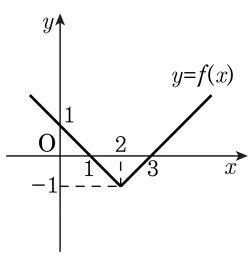
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여$\{x \mid x \le b\} \subset \{x \mid x \le -2$ 또는 $0 < x \le 3\} \subset \{x \mid x \le a\}$ 가 되어야 하므로
$\therefore a \ge 3,\ b \le -2$
따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2이다.
$\therefore\ m + M = 3 + (-2) = 1$

25. 함수 $f(x) = |x-2|-1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?



보기

㉠ $f(0)=0$
㉡ $f(x)=0$ 이면 $x=1$ 또는 $x=3$
㉢ $f(x)<0$ 이면 $1<x<3$
㉣ $a<b<2$ 이면 $f(a)>f(b)$

① ㉠ , ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $f(0)=1$
㉡ $f(1)=0,\ f(3)=0$ 이므로
$f(x)=0$ 이면 $x=1$ 또는 $x=3$
㉢ $f(x)<0$ 이면 그래프가
x 축의 아래에 있는 구간이므로 $1<x<3$
㉣ $x<2$ 는 그래프가 감소하는 구간이므로,
$a<b<2$ 이면 $f(a)>f(b)$
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.