

1. 중심이 $(2, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원의 방정식은?

① $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$

② $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이 $(2, -1)$, $r : \sqrt{5}$ 인 원

$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

2. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 의 반지름의 길이는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 &= 0 \\ \Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 &= 4 = 2^2 \end{aligned}$$

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset B$

② $n(A) = 3$

③ $n(B) = 5$

④ $B \not\subset A$

⑤ $n(B) - n(A) = \{4, 5\}$

해설

⑤ $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

4. $A = \{ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \}$ 에서 $a_1 \in X, a_2 \in X, a_5 \notin X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

a_1, a_2 는 속해있고 a_5 는 속해있지 않은 A 의 부분집합은 $\{a_3, a_4, a_6\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{6-2-1} = 2^3 = 8$ (개)

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 5, 10\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 10\}$

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 5, 10\}$ 이다.

6. $x > 0, y > 0$ 일 때, $(3x + 4y) \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{y} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$(3x + 4y) \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{y} \right)$$

$$= 3 + \frac{4y}{x} + \frac{9x}{y} + 12 \geq 15 + 2\sqrt{\frac{4y}{x} + \frac{9x}{y}}$$

$$= 15 + 12$$

(단, 등호는 $\frac{4y}{x} = \frac{9x}{y}$, 즉 $3x = 2y$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 27이다.

7. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 9$ 일 때 abc 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

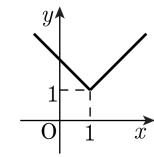
⑤ 27

해설

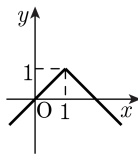
$$a + b + c \geq 3 \sqrt[3]{abc} \text{에서 } 9 \geq 3 \sqrt[3]{abc}, \\ 3 \geq \sqrt[3]{abc}, \quad 27 \geq abc$$

8. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

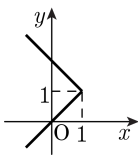
①



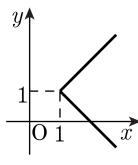
②



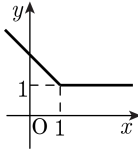
③



④



⑤

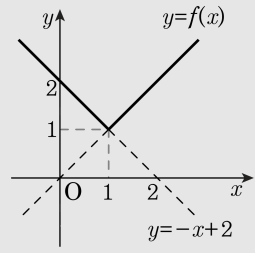


해설

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$y = \begin{cases} (x - 1) + 1 = x & (x \geq 1) \\ 1 - x + 1 = -x + 2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



9. $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -1$$

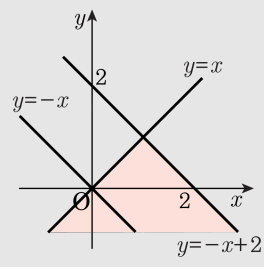
$$\frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

10. 좌표평면에서 연립부등식 $y < x$, $x + y < 2$, $y > ax$ 의 영역이 삼각형의 내부를 나타내도록 실수 a 의 값의 범위를 정하면?

- ① $-3 < a < -1$ ② $-2 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
④ $0 < a < 2$ ⑤ $1 < a < 3$

해설

연립부등식 $y < x$, $x + y < 2$ 의 영역은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



$y > ax$ 의 영역은 직선 $y = ax$ 의 위쪽 부분이므로 세 영역으로 둘러싸인 부분이 삼각형의 내부가 되려면 a 의 범위는 $-1 < a < 1$ 이 된다.

11. 집합 $A = \{x \mid |x-1| = 1\}$, $B = \{x \mid 2x-1 < 9\}$, $C = \{x \mid -3 < x < 3\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$|x-1| = 1, x-1 = \pm 1 \text{ 이므로 } x = 0, 2$$

$$\therefore A = \{0, 2\}$$

$$B = \{x \mid 2x-1 < 9\} = \{x \mid 2x < 10\} = \{x \mid x < 5\}$$

$$C = \{x \mid -3 < x < 3\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

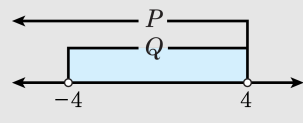
12. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

13. 양의 정수 전체의 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.
 $f(x) = (x \text{의 약수의 개수})$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$ 인 x 가 될 수 있는
것을 고르면?

① 5 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 24

해설

5의 약수 : 1, 5 $\Rightarrow f(5) = 2$
9의 약수 : 1, 3, 9 $\Rightarrow f(9) = 3$
12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 $\Rightarrow f(12) = 6$
15의 약수 : 1, 3, 5, 15 $\Rightarrow f(15) = 4$
24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 $\Rightarrow f(24) = 8$
따라서 보기 중 $f(x) = 4$ 인 것은 15

14. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓으면,
 $f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로
 $f(1) = a + b = -1$, $f(2) = 2a + b = 3$
 $\therefore a = 4$, $b = -5$
 $\therefore f(x) = 4x - 5$
 $f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$
 $4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$
따라서 $f^{-1}(1) = \frac{3}{2}$, $2f^{-1}(1) = 3$

15. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

16. $x : y : z = 1 : 2 : 3$ 일 때, $\frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}x = k \text{ 라 하면, } y = 2k, z = 3k \\ \Rightarrow \frac{z^2}{xy} + \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} &= \frac{9k^2}{2k^2} + \frac{k^2}{6k^2} + \frac{4k^2}{3k^2} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = 6\end{aligned}$$

17. $a < 0$, $b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b} = \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

18. 좌표평면 위에 다음과 같은 한 직선과 두 원이 있다.

$$y = mx + 3 \cdots \textcircled{A}$$
$$x^2 + y^2 = 1 \cdots \textcircled{B}$$
$$x^2 + y^2 = 4 \cdots \textcircled{C}$$

직선 $\textcircled{A}$ 은 원 $\textcircled{B}$ 와 만나지 않고, 원 $\textcircled{C}$ 과는 공유점을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하시오.(단, $m > 0$)

- ① $\sqrt{5} \leq m < 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{5} \leq m < 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{5} \leq m < 4$

④ $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq m < 2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq m < 2\sqrt{3}$

해설

원과 직선이 만나지 않으면 원 중심에서 직선까지의 거리가 반지름보다 크고 공유점이 있으면 반지름 이하이다.

$\Rightarrow$ i) $\textcircled{B}$ 와 안 만날 때 : $\frac{|3|}{\sqrt{m^2+1}} > 1$

ii) $\textcircled{C}$ 과 공유점을 가질 때 : $\frac{|3|}{\sqrt{m^2+1}} \leq 2$

$\Rightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}, m \leq -\frac{\sqrt{5}}{2}$

또는 $m \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} \leq m < 2\sqrt{2} (\because m > 0)$

19. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l , l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m , m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼
평행이동시킨 직선 l 은
 $l : y = 2(x - \alpha) + 4$
이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은
 $m : (-y) = 2(x - \alpha) + 4$
 n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로
 $n : (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$
이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로
 l 과 n 이 일치하려면
 $-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

20. 점 $(a, 5)$ 가 곡선 $y = 2x^2 - 2x + 1$ 의 위 또는 윗부분에 있을 때, 상수 a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 $(a, 5)$ 가 부등식 $y \geq 2x^2 - 2x + 1$ 이 나타내는 영역에 포함되어야 한다.

$$5 \geq 2a^2 - 2a + 1, 2a^2 - 2a - 4 \leq 0$$

$$a^2 - a - 2 \leq 0, (a + 1)(a - 2) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 2$$

a 의 최댓값은 2 이고, 최솟값은 -1 이다.

$$\therefore 2 + (-1) = 1$$

21. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \notin B$ ④ $7 \in B$ ⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

22. 조건 p, q 가 $p : x < 1$ 또는 $x \geq 2, q : \frac{a}{2} < x \leq 3a$ 일 때, ‘ $\sim p$ 이면 q 이다.’ 가 참이 되기 위한 a 의 범위는?

- ① $\frac{2}{3} < a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $1 < a \leq 2$ ⑤ $\frac{2}{3} < a < 2$

해설

명제의 대우는 ‘ $\sim q$ 이면 p 이다’

$\sim q : x \leq \frac{a}{2}$ 또는 $x > 3a, p : x < 1$ 또는 $x \geq 2$ 이므로 명제의 대우가 참이 되려면 $\frac{a}{2} < 1$ 이고 $3a \geq 2$ 가 되어야 한다.

$a < 2$ 이고 $a \geq \frac{2}{3}$ 이므로 $\frac{2}{3} \leq a < 2$ 이다.

23. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

- ① $x + y = xy$ 이면 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ 이다.
- ② $a \neq 0$ 일 때, $ax > b$ 이면 $x > \frac{b}{a}$ 이다.
- ③ $a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $ac > bd, \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ 이다.
- ④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.
- ⑤ 정삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

해설

- ① $xy = 0$ 이면 성립하지 않으므로 명제가 거짓이다.
- ② $a \leq 0$ 이면 성립하지 않으므로 명제가 거짓이다.
- ③ $4 > 3 > 0, 5 > 3 > 0$ 이면 $\frac{4}{5} < \frac{3}{3}$ 이므로 명제가 거짓이다.
- ⑤ 꼭지각의 이등분선이 밑변을 수직이등분하면 이등변삼각형 이므로 명제는 참이지만 역은 거짓이다.

24. 다음은 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ 임을 증명하는 과정이다.
빈 칸 (가), (나), (다)에 들어갈 식 또는 기호가 순서대로 바르게 나열된
것을 고르면?

$$a > 0, b > 0 \text{ 일 때, } \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

(증명)

$$\boxed{\text{가}} - \boxed{\text{나}}$$
$$= (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a + b) = 2\sqrt{ab} > 0$$
$$\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

그런데, $\sqrt{a} + \sqrt{b} \boxed{\text{다}} 0$,

$$\sqrt{a+b} \boxed{\text{다}} 0 \text{ 이므로 } \therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

- ① $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, <$
- ② $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, >$
- ③ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, <$
- ④ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, >$
- ⑤ $(\sqrt{a+b})^2, (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, >$

해설

양 변을 제곱하여 $a - b > 0$ 이면 $a > b$ 임을 이용한다.

25. 두 다항함수 $f(x) = 2x + 2$, $g(x) = x^2 - 1$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(3)$ 의 값을 구하시오. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(f^{-1} \circ g)(3) = f^{-1}(g(3)) = f^{-1}(8)$$

$$f^{-1}(8) = a \text{라 놓으면 } f(a) = 2a + 2 = 8$$

$$\therefore a = f^{-1}(8) = 3$$