

1. 두 원 $x^2 + y^2 = 9$, $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$A: x^2 + y^2 = 9$$

중심 $(0, 0)$, 반지름의 길이 3

$$B: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$$

중심 (4, 3), 반지름의 길이 2
트 외의 주시 시인의 키기르 -

두 원의 중심 사이의 거리를 구하면, $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

∴ 중심 사이의 거리는 두 원의 반지름의 합과 같다.

같다. $\Rightarrow$ 두 원은 외접한다, 교점의 개수 1 개

2. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$ 과 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 에 대하여 공통현의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 3 = 0$

② $2x - 2y + 3 = 0$

③ $2x - 2y - 3 = 0$

④ $2x + 2y - 3 = 0$

⑤ $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) &= 0 \\ -4x + 4y + 6 &= 0 \\ \therefore 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

3. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x + 6y = 7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

두 원의 교점을 P, Q 라 하고 $\overline{PQ}$ 의 중점을 H 라 하면
 $\triangle OPH$ 는 직각삼각형이고,

$\overline{OP}$ 의 길이는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 반지름이므로 1이다.

두 원의 공통현의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 6x + 6y - 7) = 0,$$

$$\text{즉 } x - y + 1 = 0 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 중심 O(0, 0)에서

직선 $\textcircled{1}$ 에 이르는 거리

$$\overline{OH} = \frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PH} &= \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

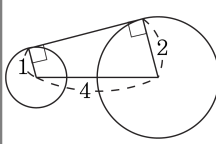
$$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PH} = \sqrt{2}$$

4. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 0 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

두 원의 중심간 거리는 4이다.
피타고라스의 정리에 의해 공통외접선의
길이를 구하면
 $\sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ 이다.



5. 다음 <보기> 중에서 점 (2, 1) 을 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식을 모두 고르면?

보기

㉠ $x = 2$

㉡ $y = 1$

㉢ $3x + 4y + 5 = 0$

㉣ $4x - 3y - 5 = 0$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠ $x = 2$ 에서 점 (2,1)만 지나고 원에 접하지 않는다. (×)

㉡ $y = 1$ (○)

㉢ $3x + 4y + 5 = 0$ 은 (2,1)을 지나지 않는다. (×)

㉣ $4x - 3y - 5 = 0$ 은 (2,1)을 지나고 거리가 $\frac{|-5|}{\sqrt{25}} = 1$ 이므로 접한다. (○)

