

2. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$ 과 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 에 대하여 공통현의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 3 = 0$

② $2x - 2y + 3 = 0$

③ $2x - 2y - 3 = 0$

④ $2x + 2y - 3 = 0$

⑤ $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) = 0$$

$$-4x + 4y + 6 = 0$$

$$\therefore 2x - 2y - 3 = 0$$

3. 두 원 $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2-6x+6y=7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

두 원의 교점을 P, Q 라 하고 \overline{PQ} 의 중점을 H 라 하면

$\triangle OPH$ 는 직각삼각형이고,

\overline{OP} 의 길이는 원 $x^2+y^2=1$ 의 반지름이므로 1 이다.

두 원의 공통현의 방정식은

$$(x^2+y^2-1)-(x^2+y^2-6x+6y-7)=0,$$

$$\text{즉 } x-y+1=0 \dots\dots\text{㉠}$$

원 $x^2+y^2=1$ 의 중심 $O(0, 0)$ 에서

직선 ㉠에 이르는 거리

$$\overline{OH} = \frac{|0-0+1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PH} &= \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PH} = \sqrt{2}$$

4. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

① $\sqrt{5}$

② $\sqrt{15}$

③ 0

④ $2\sqrt{5}$

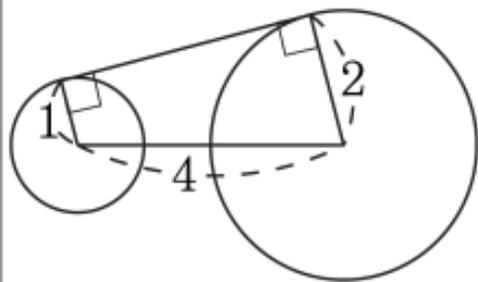
⑤ 5

해설

두 원의 중심간 거리는 4이다.

피타고라스의 정리에 의해 공통외접선의
길이를 구하면

$\sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ 이다.



5. 다음 <보기> 중에서 점 (2, 1) 을 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식을 모두 고르면?

보기

㉠ $x = 2$

㉡ $y = 1$

㉢ $3x + 4y + 5 = 0$

㉣ $4x - 3y - 5 = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠ $x = 2$ 에서 점 (2, 1) 만 지나고 원에 접하지 않는다. (×)

㉡ $y = 1$ (○)

㉢ $3x + 4y + 5 = 0$ 은 (2, 1) 을 지나지 않는다. (×)

㉣ $4x - 3y - 5 = 0$ 은 (2, 1) 을 지나고 거리가 $\frac{|-5|}{\sqrt{25}} = 1$ 이므로 접한다. (○)

