

1.  $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여, 항상  $ax+by=7$ 이 성립할 때,  $a, b$ 의 값을 구하여라. ( $a, b$ 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

2. 다항식  $x^3 + ax - 8$ 을  $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x + 4$ 가 되도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$x^3 + ax - 8$ 을  $x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a - b + 16)x + 4b - 8$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \text{㉠}$$

㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.

3.  $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i ,$$

$$(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i \text{ 에서}$$

복소수의 상등에 의하여

$$x + 3y = 1, \quad -3x + 2y = 8 \text{ 이고}$$

$$\text{연립하여 풀면 } y = 1, \quad x = -2$$

$$\therefore x + y = -1$$

4.  $\frac{5}{1+2i} = x+yi$  를 만족하는 실수  $x, y$  의 합을 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x + y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x + y = -1$$

5.  $x = -2 - i$  일 때,  $x^2 + 4x + 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$  에서  $x + 2 = -i$  의 양변을 제곱하면

$$(x + 2)^2 = (-i)^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + 4x = -5$$

$$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$$

6. 사차식  $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식  $A$ 로 나누었더니 몫이  $x^2 - 2$ 이고 나머지가  $4x - 5$ 일 때, 이차식  $A$ 를 구하면?

①  $3x^2 - 2$

②  $3x^2 - 1$

③  $3x^2$

④  $3x^2 + 1$

⑤  $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

7.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

8.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

①  $2^{32} - 1$

②  $2^{32} + 1$

③  $2^{31} - 1$

④  $2^{31} + 1$

⑤  $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에  $(2 - 1) = 1$  을 곱해도 식은 성립하므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \quad \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

9.  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{50} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50}$  의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $-i$

②  $0$

③  $i$

④  $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

⑤  $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 = i$$

$$\therefore \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{50} = (i)^{25}$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = -i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50} = (-i)^{25} = -(i)^{25}$$

$$\therefore i^{25} + (-i^{25}) = 0$$

10. 다항식  $f(x)$  에 대하여  $f(x) + 2$ ,  $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식  $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,  $f(1)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{cases} f(x) = (x - \alpha)Q(x) - 2 \cdots \textcircled{㉠} \\ xf(x) = (x - \alpha)Q'(x) - 2 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} \times x = \textcircled{㉡}$ 에서

$$\begin{aligned} xf(x) &= (x - \alpha)Q(x) - 2x \\ &= (x - \alpha)Q(x) - 2(x - \alpha) - 2\alpha \\ &= (x - \alpha)\{Q(x) - 2\} - 2\alpha \end{aligned}$$

$$\therefore -2\alpha = -2$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)Q(x) - 2$$

$$\therefore f(1) = -2$$

해설

$f(x) + 2$ ,  $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식  $x - \alpha$ 로 나누어떨어지므로

$$f(\alpha) + 2 = 0 \therefore f(\alpha) = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha f(\alpha) + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②에서  $\alpha = 1$

$$\therefore f(1) = f(\alpha) = -2 (\because \textcircled{㉠})$$