1. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

① $ab >\ 0$ 이면 제 3사분면

② $ab <\ 0$ 이면 제 4사분면

③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면

④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면

⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

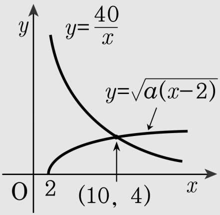
㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > b$ 이고 $b > 0)$ 또는 $(a < 0$ 이고 $b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.
㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0$ 이고 $b < 0)$ 또는 $(a < 0$ 이고 $b > 0$)이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.
㉢ $a < 0, b > 0$ 이면
제 4사분면에 그래프가 그려진다.
㉣ $a > 0, b < 0$ 이면
제 2사분면에 그래프가 그려진다.
㉤ $a < 0, b < 0$ 이면
제 3사분면에 그래프가 그려진다.

2. 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프와 곡선 $y = \dfrac{40}{x}(x > 0)$ 이 만나는 점의 x좌표가 10일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
x 축의 방향으로
2 만큼 평행이동시키면
$y = \sqrt{a(x-2)}$
이 그래프와 곡선 $y = \dfrac{40}{x}$ 이 만나는 점의
x좌표는 10이므로
y좌표는 $y = \dfrac{40}{10} = 4$
즉 교점의 좌표는 $(10, 4)$
이것을 $y = \sqrt{a(x-2)}$ 대입하면
$4 = \sqrt{a(10-2)} = \sqrt{8a}$
$\therefore a = 2$



3. 분수함수 $y = \dfrac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=-2$, $y=3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

① $\{x \mid x \le -3\}$ ② $\left\{x \mid x \le -\dfrac{2}{3}\right\}$ ③ $\left\{x \mid x \ge -\dfrac{2}{3}\right\}$
④ $\left\{x \mid x \ge \dfrac{2}{3}\right\}$ ⑤ $\{x \mid x \ge 3\}$

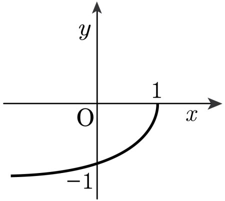
해설

$y = \dfrac{-ab-1}{x+b} + a$ 이므로

점근선은 $x=-b$, $y=a \therefore a=3, b=2$

$y = \sqrt{3x+2}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \ge -\dfrac{2}{3}\right\}$ 이다.

4. $y=-\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$y=-\sqrt{ax+b}+c=-\sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}+c$$

점$(1,0)$에서 시작이므로 $-\frac{b}{a}=1,\ c=0$

$\therefore b=-a,\ c=0$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y=-\sqrt{ax-a}$이고

주어진 그래프가 점$(0,-1)$를 지나므로

$-1=-\sqrt{-a}$

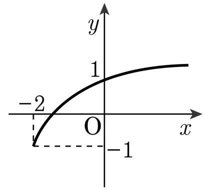
양변을 제곱을 하면 $1=-a$

$\therefore\ a=-1$

따라서 $a=-1,\ b=1,\ c=0$이므로

$a+b+c=-1+1+0=0$

5. 함수 $y = a\sqrt{x+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x축의 교점의 좌표는? (단, $a,\ b,\ c$ 는 상수)



① $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3},\ 0\right)$

③ $\left(-\frac{5}{3},\ 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2},\ 0)$

⑤ $(-\sqrt{3},\ 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b}+c$ 의 그래프는
함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를
x축의 방향으로 $-b$ 만큼, y축의 방향으로
c만큼 평행 이동시킨 것이므로
$b = 2$, $c = -1$
$\therefore\ y = a\sqrt{x+b}+c = a\sqrt{x+2}-1$
한편, 이 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1 = a\sqrt{0+2}-1$
$\therefore\ a = \sqrt{2}$
따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2}-1$ 의 그래프와
x축의 교점의 x좌표를 구하면
$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2}-1$

$$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$$

6. $x > 2$에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $f(x) = \sqrt{x-2}+2$, $g(x) = \dfrac{1}{x-2}+2$일 때 $(f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(f \cdot g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$
$(g \cdot f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$
$\therefore (f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3) = 6$

7. 무리함수 $y=-\sqrt{1-x}+2$의 역함수는?

① $y=(x-2)^2+1(x \le 2)$
② $y=(x-2)^2-1(x \le 2)$
③ $y=-(x-2)^2+1(x \le 2)$
④ $y=-(x-2)^2-1(x \le 2)$
⑤ $y=-(x+2)^2+1(x \le 2)$

해설

$y=-\sqrt{1-x}+2$에서 $1-x \ge 0$이므로 $x \le 1$
$y-2=-\sqrt{1-x} \le 0$이므로 $y \le 2$
$1-x=(y-2)^2,\ x=-(y-2)^2+1$
$x,\ y$를 바꾸면 구하는 역함수는
$\therefore y=-(x-2)^2+1(x \le 2)$

8. $y = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 하면, $g(-3)$ 의 값은?

① 4 ② $\sqrt{-5}$ ③ -5 ④ 없다 ⑤ -3

해설

역함수가 존재하려면 일대일 대응이 되어야 한다.
$y = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수 $y = g(x)$ 의 정의역은
$y = \sqrt{2x+1}$ 의 치역이 되어야 하는데
이 함수의 치역은 음수가 될 수 없으므로
$g(-3)$ 의 값은 존재하지 않는다.

9. 곡선 $y = \sqrt{4x-8}$과 직선 $y = x + k$가 한 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는?

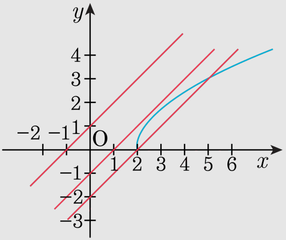
① $k = -2$ 또는 $k > 1$　② $k = -1$ 또는 $k < -2$

③ $k = 1$ 또는 $k > 2$　④ $k = 2$ 또는 $k < -1$

⑤ $k = -1$

해설

그래프에서 보듯이 한 점에서 만나는 경우는
접하는 경우이거나 $k < -2$인 경우이다.



접하는 경우는 $\sqrt{4x-8} = x + k$에서

$4x - 8 = x^2 + 2kx + k^2$

$x^2 + 2(k-2)x + k^2 + 8 = 0$

$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - (k^2+8) = -4k - 4 = 0$에서 $k = -1$

따라서 $k = -1$ 또는 $k < -2$

10. $y = \sqrt{2x}$의 그래프를 x축으로 m만큼 y축으로 n만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$과 일치한다. $n - m$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

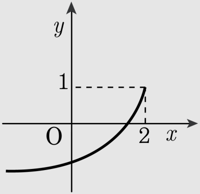
$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$이므로
$y = \sqrt{2x}$를 x축으로 -3만큼
y축으로 -2 만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
$\therefore n - m = 1$

11. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2}+1$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

① 제 1사분면
② 제 2사분면
③ 제 3사분면
④ 제 1사분면, 제 2사분면
⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

12. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$의 그래프를 x축으로 α, y축으로 β만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x - 3} + 5$이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$의 그래프를
x축 방향으로 3만큼,
y축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
$\therefore\ \alpha + \beta = 8$

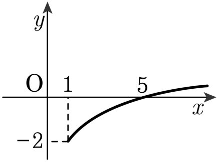
13. 무리함수 $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이 $\{x \mid x \le \alpha\}$, 치역이 $\{y \mid y \ge \beta\}$ 일 때, $a + \alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 무리함수의 그래프가
점 $(0,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = \sqrt{a-1}$
$\therefore a = 1$
즉, 주어진 무리함수는 $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고
$1 - x \ge 0$ 에서 $x \le 1$ 이므로
정의역은 $\{x \mid x \le 1\}$
$\therefore \alpha = 1$
또, $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서
$y + 1 = \sqrt{1-x} - 1$이므로 $y + 1 \ge 0$
치역은 $\{y \mid y \ge -1\}$
$\therefore \beta = -1$
$\therefore a + \alpha + \beta = 1$

14. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



① 1 ② −1 ③ 2

④ −2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}+c$의 그래프를 보면

점$(1, -2)$에서부터 시작하므로

$-\frac{b}{a} = 1,\ c = -2$

$\therefore -b = a\ ,\ c = -2$

$y = \sqrt{ax-a}-2$가 점$(5, 0)$을 지나므로

$0 = \sqrt{5a-a}-2,\ 2 = \sqrt{4a}$

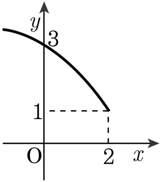
양변을 제곱하면 $4 = 4a$

$\therefore\ a = 1$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$이므로

$a+b+c = 1-1-2 = -2$

15. 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+b+c$의 값은?



① -1　② 0　③ 1

④ 2　⑤ 3

해설

주어진 그림은 $y=\sqrt{ax}$의 그래프를

x축 방향으로 2, y축 방향으로 1만큼 평행이동한

것이므로 $y-1=\sqrt{a(x-2)}$

즉 $y=\sqrt{a(x-2)}+1$

그런데 이 그래프가 점 $(0,3)$을 지나므로

$3=\sqrt{-2a}+1$

$\sqrt{-2a}=2,\ -2a=4$

$\therefore a=-2$

$\therefore y=\sqrt{-2x+4}+1$

$\therefore a+b+c=(-2)+4+1=3$

16. 정의역이 $\{x \mid x > 1\}$인 두 함수 $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3(x-1)}$에 대하여 $(f \circ g)^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(f \circ g)^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right) = a$라 하면

$(f \circ g)(a) = \dfrac{1}{4}$이고

$$f(g(a)) = f(\sqrt{3(a-1)}) = \dfrac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1}$$ 이므로

$$\dfrac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} = \dfrac{1}{4}$$

$\sqrt{3(a-1)}+1 = 4$,

$\sqrt{3(a-1)} = 3$

$3(a-1) = 9$, $a-1 = 3$, $a = 4$

$\therefore (f \circ g)^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right) = 4$

17. 무리함수 $y = \sqrt{x-a}+1$에 대하여 $f^{-1}(2) = 3$일 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(3) = 2$

$\therefore 2 = \sqrt{3-a}+1$

$\therefore a = 2$

18. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \ge 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \ge 0\}$ 이다.

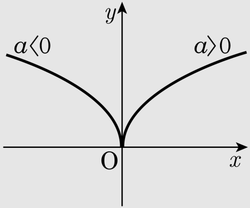
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$일 때와 $a < 0$일 때의 $y = \sqrt{ax}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.

그러나 $a > 0$일 때의 정의역은 $\{x \mid x \ge 0\}$

$a < 0$일 때의 정의역은 $\{x \mid x \le 0\}$이므로 ①은 틀린 것이다.

19. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$가 지나는 모든 사분면은?

① 1 , 2 사분면 ② 1 , 4 사분면

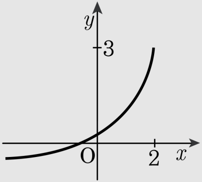
③ 1 , 2 , 3 사분면 ④ 2 , 3 , 4 사분면

⑤ 1 , 3 , 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로

$\therefore$ $1, 2, 3$ 사분면을 지난다.



20. $x > 2$에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \dfrac{1}{x-2} + 2$일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$의

값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

해설

$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$

$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$

$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$