

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (3, 0)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, 7)

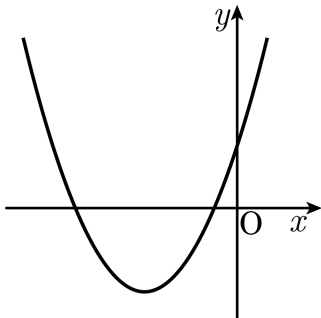
해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times 3^2 + a, a = 7$$

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 7$, 꼭짓점은 (0, 7) 이다.

2. 다음 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.

또한, 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 제3 사분면에 있으므로 $p < 0, q < 0$ 이다.

따라서 $a > 0, p < 0, q < 0$ 이다.

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

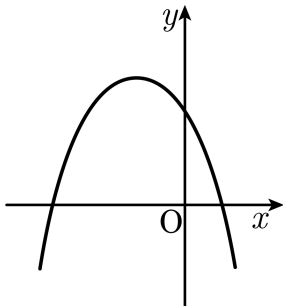
④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

4. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a < 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로

$a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

5. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x - 1)(x + 1)$

② $y = (2x + 1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x + 1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x - 2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

6. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

7. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3

② 3

③ 0

④ 6

⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

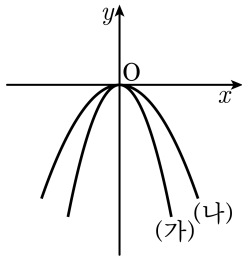
$$-3 = a \times (1)^2, \quad a = -3 \quad \therefore y = -3x^2$$

점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2, \quad m^2 = 9 \quad \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로

$$a = -3, \quad b = 3$$

따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 맞지 않는 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나) 의 식으로 맞지 않는다.

9. 이차함수 $y = 3(x+2)^2$ 의 그래프는 $y = 3(x-3)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = 3(x-3)^2 = 3(x+2+(-5))^2$$

10. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = 3x^2 + 12x + 16$ 의 그래프가 되었다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = 3x^2 + 6x + 5 = 3(x+1)^2 + 2$$

x, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x+1-p)^2 + 2 + q$$

$$y = 3x^2 + 12x + 16 = 3(x+2)^2 + 4$$

$$\therefore 1-p = 2, \quad p = -1$$

$$2+q = 4, \quad q = 2$$

$$\therefore p+q = 1$$

11. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x + 3)^2$

② $y = -2(x - 3)^2$

③ $y = 2(x - 3)^2$

④ $y = 2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(3x - 1)^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x - 3)^2$ 이다.

따라서 $y = -2(x - 3)^2$ 이다.

12. 이차함수 $y = 3x^2 + 3x - 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 3x - 1 = 3(x^2 + x) - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{7}{4}$$

$$\therefore p + q = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

13. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

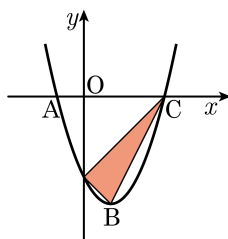
$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

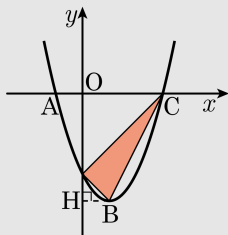
14. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

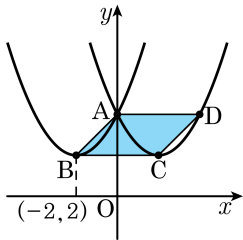
iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

15. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.