

1. 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중 틀린 것은?

① $7 < \sqrt{50}$

② $\sqrt{15} < 4$

③ $2 + \sqrt{6} > \sqrt{6} + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{15} + 1 > 4$

⑤ $\sqrt{2} + 1 < 2$

해설

⑤ $\sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1 > 0$

2. 옳은 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{2} \times \sqrt{32} = 8$

$\textcircled{\text{㉡}} 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3}$

$\textcircled{\text{㉢}} 7\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -14$

$\textcircled{\text{㉣}} 3\sqrt{10} \times 4\sqrt{\frac{2}{5}} = 24$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$\textcircled{\text{㉡}} 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \times 2} = 2\sqrt{6}$

3. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 라고 할 때, 12 를 x, y 를 이용해 나타낸 것으로 옳은 것은?

① x^4y^3 ② x^4y^2 ③ x^7 ④ x^3y^3 ⑤ x^3y^4

해설

$$12 = \sqrt{144} = \sqrt{2^4 3^2} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{3^2} = x^4 y^2$$

4. $\sqrt{48} - 2\sqrt{3} - \frac{3}{\sqrt{27}}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

② $-\frac{3}{4}\sqrt{3}$

③ $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

④ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

⑤ $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

해설

$$4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \frac{3}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

5. 다음 중 $\sqrt{30} = 5.477$ 을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{0.003}$

② $\sqrt{0.03}$

③ $\sqrt{0.3}$

④ $\sqrt{3000}$

⑤ $\sqrt{300000}$

해설

① $\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = 0.01 \sqrt{30}$

② $\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = 0.1 \sqrt{3}$

③ $\sqrt{0.3} = \sqrt{30 \times 0.01} = 0.1 \sqrt{30}$

④ $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = 10 \sqrt{30}$

⑤ $\sqrt{300000} = \sqrt{30 \times 10000} = 100 \sqrt{30}$

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 3.9 의 제곱근은 ± 2 이다.
- ② $\sqrt{36}$ 은 ± 6 이다.
- ③ -4 의 제곱근은 없다.
- ④ 음이 아닌 모든 수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.
- ⑤ 제곱근 $\sqrt{81}$ 은 3 이다.

해설

- ② $\sqrt{36} = (\text{제곱근 } 36) = 6$
- ④ 0 의 제곱근은 0 이므로 1 개이다.

7. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{4^2}$

② $-(-\sqrt{4})^2$

③ $-\sqrt{(-4)^2}$

④ $\sqrt{\sqrt{(-4)^4}}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}(4)^3}$

해설

$$\sqrt{\sqrt{(-4)^4}} = 4$$

8. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

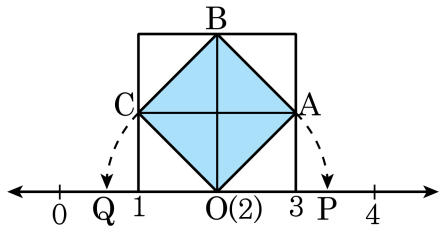
50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면
49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은
값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

9. 다음 그림은 한 변의 길이가 2 인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 $\square OABC$ 를 그린 것이다. $\overline{OA} = \overline{OP}$, $\overline{OC} = \overline{OQ}$ 일 때, 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 4$

해설

$$(\square OABC \text{ 넓이}) = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) = 2$$

$$\therefore \overline{OC} = \overline{OA} = \sqrt{2}$$

$$\therefore P(2 + \sqrt{2}) , Q(2 - \sqrt{2}) \text{ 이므로 } a + b = 4 \text{ 이다.}$$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

11. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 자연수가 2 개 있다.
- ② 정수가 3 개 있다.
- ③ 무수히 많은 무리수가 있다.
- ④ 무수히 많은 유리수가 있다.
- ⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 $-1, 0, 1, 2$ 모두 4 개이다.

12. 다음 중 간단히 한 것의 값이 $\sqrt{5}$ 가 아닌 것은?

① $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{21}} \div \sqrt{6}$

② $15 \div \sqrt{15} \div \sqrt{3}$

③ $\sqrt{45} \div \sqrt{15} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{8}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \div \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{5}$

해설

③ $\sqrt{45} \div \sqrt{15} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{45} \times \frac{1}{\sqrt{15}} \times \sqrt{3} = 3$

13. 다음 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타낸 것 중 틀린 것은?

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

해설

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \sqrt{\frac{3^3 \times 3}{11^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \sqrt{\frac{50}{10000}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 2}{100^2}}$
 $= \frac{5\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \sqrt{\frac{12}{100}} = \frac{\sqrt{12}}{10} = \frac{1}{10} \times 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{5}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \sqrt{\frac{2}{7^2}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

14. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

① 1, 2 ② 2, 3 ③ 3, 4 ④ 3, 5 ⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면

$(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

15. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
- ② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
- ③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
- ④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
- ⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

- ① $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$
- ② $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$
- ③ $b < a$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$
- ⑤ $b < 2$ 이므로
 $\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$

16. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로}$$

$$a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27}$$

$$> 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

17. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14=18$$

$$\therefore x=4$$

$$\therefore \sqrt{x}=2$$

18. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

19. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned} f(1), f(2), f(3) &= 1 \\ f(4), f(5), f(6), f(7), f(8) &= 2 \\ f(9), f(10) &= 3 \\ \therefore 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 &= 19 \end{aligned}$$

21. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\&= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\&= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\&= 2 \times 2^3 \\&= 2^4\end{aligned}$$

22. $\sqrt{24a}$ 의 값이 자연수가 되는 두 자리 자연수 a 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$\sqrt{24a}$ 가 자연수가 되기 위해서 $24a$ 는 완전제곱수가 되어야 한다.

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 가장 작은 자연수 a 의 값은 6이다.

따라서 두자리 수는 $6 \times 2^2, 6 \times 3^2, 6 \times 4^2$ 뿐이다.

$\therefore$ 3개다.

23. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$\sqrt{(b-a)^2} = b - a$
- ㉡

$\sqrt{(ab)^2} = |ab|$
- ㉢

$-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$
- ㉤

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a + b$
- ㉥

$\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$
- ㉦

$\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$b < 0 < a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2} = a - b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$

㉢ : $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$
 $b - a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$

㉤ : $\sqrt{(-a)^2} = a$
 $-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$
 $\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

24. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} 7 &< \sqrt{3n} < 9 \\ 49 &< 3n < 81 \\ \frac{49}{3} &< n < 27 \\ \therefore a &= 26, b = 17 \end{aligned}$$

25. $a < 0, b < 0$ 이고, $ab = 9$ 일 때, $\frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a} + \frac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

$a < 0, b < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{a^2}, b = -\sqrt{b^2}$

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a} + \frac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b} \\ &= \frac{1}{a} \sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{1}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} \\ &= \left(-\sqrt{\frac{1}{a^2}}\right) \sqrt{\frac{a}{b}} + \left(-\sqrt{\frac{1}{b^2}}\right) \sqrt{\frac{b}{a}} \\ &= -\sqrt{\frac{1}{ab}} - \sqrt{\frac{1}{ab}} = -2\sqrt{\frac{1}{ab}} \\ &= -2 \times \sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$