

1. 제곱근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 0의 제곱근은 없다.
- ② -2는 -4의 음의 제곱근이다.
- ③ 7^2 과 $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 다르다.
- ④ 0을 제외한 모든 자연수의 제곱근은 2개이다.
- ⑤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

해설

- ① 0의 제곱근은 0이다.
- ② -2는 4의 음의 제곱근이고, -4의 제곱근은 없다.
- ③ 7^2 의 음의 제곱근은 -7, $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 -7이므로 같다.
- ⑤ $\sqrt{16} = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다

2. $4\sqrt{7} = \sqrt{a}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

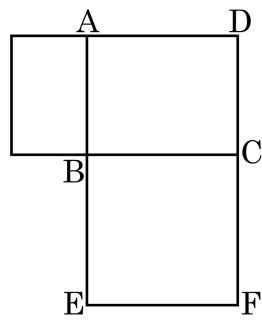
▷ 정답 : $a = 112$

해설

$$4\sqrt{7} = \sqrt{4^2 \times 7} = \sqrt{112} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 112$$

3. 다음 그림과 같이 정사각형 BEFC의 넓이가 8이고, 직사각형 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 일 때, AB의 길이는?



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

BEFC의 넓이가 8이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8}$ 이고 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 이므로 $\sqrt{40} = \sqrt{8} \times \overline{AB}$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이다.

4. 다음 중 계산이 틀린 것은?

① $\sqrt{5} - \sqrt{7} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{7} = -2\sqrt{5} + \sqrt{7}$

② $\frac{5 + \sqrt{15}}{10} + \frac{\sqrt{15} - 3}{6} = \frac{4\sqrt{15}}{15}$

③ $4\sqrt{2} - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

④ $7\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{7} + \sqrt{5} = \frac{13\sqrt{7}}{2} + 8\sqrt{5}$

⑤ $7\sqrt{2} + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7}{2} = \frac{13\sqrt{2}}{2} - 2$

해설

④ $7\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{7} + \sqrt{5} = \frac{13\sqrt{7}}{2} + \frac{7\sqrt{5}}{4}$

5. $x(y-a)-y+a$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+1)(y+a)$ ② $(x+1)(y-a)$ ③ $(x-1)(y+a)$

④ $(x-1)(y-a)$ ⑤ $(1-x)(a+y)$

해설

$$\begin{aligned}x(y-a)-y+a &= x(y-a)-(y-a) \\ &= (x-1)(y-a)\end{aligned}$$

6. $(x+2)^2 - (2x-3)^2$ 을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$ 이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면? (단, a 는 양수)

① -5

② -1

③ -3

④ -10

⑤ -12

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 2x-3 = B \text{로 치환하면} \\(x+2)^2 - (2x-3)^2 \\&= A^2 - B^2 \\&= (A+B)(A-B) \\&= (x+2+2x-3)(x+2-2x+3) \\&= (3x-1)(-x+5) \\&= -(3x-1)(x-5) \\\therefore a+b+c &= 3+(-1)+(-5) = -3\end{aligned}$$

7. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = b$$

- ① 890 ② 892 ③ 894 ④ 896 ⑤ 898

해설

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = (30 - a)(30 + a)$$

$$30 - a = 28, \quad a = 2$$

$$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$
 $\therefore 2a^2 - 4a = 3$

9. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$2x^2 - 2 = 0, 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$

따라서 다른 한 근은 1이다.

10. 다음 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a = 0, b = -1$

② $a = 0, b = 2$

③ $a = -1, b = -1$

④ $a = -1, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 4$

해설

$(x-a)^2 = b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.

따라서 $(x-0)^2 = 4$ 일 때이므로 $a = 0, b = 4$ 이다.

11. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7

② -5

③ 7

④ 5

⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$

$\therefore a = \pm\sqrt{7}$

12. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.
- ㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.
- ㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.
- ㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤
- ② ㉠, ㉡, ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

13. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 k 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 7 개

해설

$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$

$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$

$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$

$\therefore 5$ 개

14. $n-1$ 명의 사람 중에 2 명의 요리사를 뽑는 경우는 $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ 이다.
어느 음식점의 요리사 중 2 명을 뽑는 경우의 수가 21 가지일 때, 이
음식점의 요리사의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8 명

해설

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} = 21 \text{ 이므로}$$
$$n^2 - 3n - 40 = 0$$
$$(n-8)(n+5) = 0$$
$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 8 \text{ (명)이다.}$$

15. 다음 포물선을 폭이 가장 넓은 것과 가장 좁은 것을 순서대로 쓴 것을 고르면?

㉠ $y = 2x^2$	㉡ $y = \frac{4}{3}x^2$
㉢ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{3}{4}x^2$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉣, ㉠ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉣, ㉠

해설

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

16. $\sqrt{9x} + \sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 4$

해설

$$\sqrt{9x} + \sqrt{48y} = \sqrt{3^2x} + \sqrt{2^4 \times 3 \times y}$$

$$x = 1, y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

17. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
- ㉡ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는無理수이다.
- ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
- ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
- ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

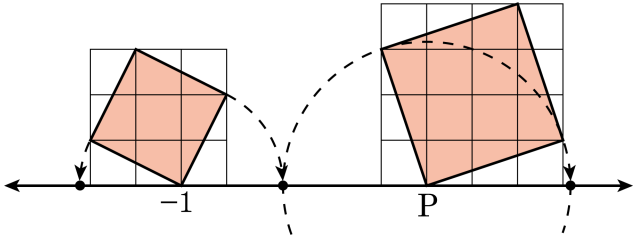
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

- ㉢ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

18. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



- ① $-1 - \sqrt{5} - \sqrt{10}$
- ② $-1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}$
- ③ $-1 - \sqrt{5} + \sqrt{10}$
- ④ $-1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$
- ⑤ $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

해설

$P = -1 + \sqrt{9-4} + \sqrt{16-6} = -1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

19. $\sqrt{0.002} = A\sqrt{5}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{1}{50}$

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50}$$

$$\therefore A = \frac{1}{50}$$

20. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{0.1536}$ 의 값을 a, b 를 써서 나타내면?

- ① $\frac{2}{25}ab$ ② $\frac{4}{25}ab$ ③ $\frac{8}{25}ab$ ④ $\frac{16}{25}ab$ ⑤ $\frac{32}{25}ab$

해설

$$1536 = 16^2 \times 6$$
$$\sqrt{0.1536} = \frac{\sqrt{16^2 \times 6}}{10000} = \frac{16\sqrt{6}}{100} = \frac{4\sqrt{6}}{25} = \frac{4ab}{25}$$

21. $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{9b}{2a} - \frac{21a}{2b}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$

② $2\sqrt{7}$

③ $-2\sqrt{2} + \sqrt{7}$

④ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\frac{9b}{2a} - \frac{21a}{2b} &= \frac{9\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} - \frac{21\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \\ &= \frac{9\sqrt{21}}{2} - \frac{21\sqrt{21}}{2} \\ &= \frac{6}{2} - \frac{14}{2} = 0\end{aligned}$$

22. $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화 할 때, 분모에 곱해야 될 식은?

① $1-\sqrt{5}$

② $2-\sqrt{5}$

③ $1+\sqrt{5}$

④ $3-\sqrt{5}$

⑤ $3+\sqrt{5}$

해설

$$\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{(3-\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} = \frac{(3-\sqrt{5})^2}{4}$$

23. 제곱근표에서 $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{a} = 0.05477$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① 3000 ② 300 ③ 3 ④ 0.3 ⑤ 0.003

해설

$$\begin{aligned} 0.05477 &= 5.477 \times \frac{1}{100} = \frac{\sqrt{30}}{100} \\ &= \sqrt{30 \times \frac{1}{10000}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{1000}} = \sqrt{0.003} \\ \therefore a &= 0.003 \end{aligned}$$

24. 다음 빈칸에 들어갈 수를 모두 더하여라.

$3x^2 + \square x - 96 = 3(x + 4)(x + \square)$

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + Ax - 96 &= 3(x + 4)(x + B) \text{ 라 하면} \\ 3(x + 4)(x + B) &= 3x^2 + 3(4 + B)x + 12B \\ &= 3x^2 + Ax - 96 \\ 12B = -96 &\text{에서 } B = -8 \\ A = 3(4 + B) &= -12 \\ \therefore A + B &= -20 \end{aligned}$$

25. $(2x - ay)(bx + cy)$ 에서 xy 의 계수가 9 일 때, a, b, c 의 값이 될 수 없는 것은?

① $a = -1, b = 3, c = 3$

② $a = 3, b = 1, c = 6$

③ $a = 2, b = 3, c = 6$

④ $a = 1, b = 1, c = 5$

⑤ $a = -1, b = 1, c = 4$

해설

(준식) $= 2bx^2 + (2c - ab)xy - acy^2$ 이므로
 $2c - ab = 9$

26. 다음 다항식을 인수분해한 것 중에서 옳지 않은 것은?

① $2x^2 - x - 6 = (2x + 3)(x - 2)$

② $2x^2 - xy - 3x - y^2 + 3y = (2x + y - 3)(x - y)$

③ $x^2 + 4xy + 4y^2 = (x + 2y)^2$

④ $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)(3x - 5y)$

해설

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)^2 - 30xy$

27. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?

- ① $(x - y - 4)(x - y - 1)$ ② $(x - y + 4)(x - y + 1)$
③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$ ④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$
⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

28. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x - 2 = 0 \text{ 또는 } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

29. 이차방정식 $x^2 + 8x - 4 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

30. 구청에서 매달 2째, 4째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일 ② 15 일 ③ 18 일 ④ 22 일 ⑤ 29 일

해설

2째 주 수요일과 4째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

$$x(x-14) = 176$$

$$x^2 - 14x - 176 = 0$$

$$(x-22)(x+8) = 0$$

$x > 0$ 이므로 22 일이다.

31. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A(2, p), B(q , 2)를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

(2, p)를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

(q , 2)를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1 \therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

(2, 8), (-1, 2)를 지나는 직선의 방정식은

$$(기울기) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 (2, 8)을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$ 이다.

32. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하였더니 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 5x^2 + q$ 이고,
점 $(1, 2)$ 를 지나므로 대입하면 $2 = 5 \times 1^2 + q$
 $\therefore q = -3$

33. 함수 $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 함수의 y 의 값의 범위를 구하면?

㉠ $y \leq 0$

㉡ $y \geq 0$

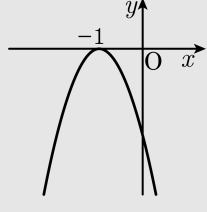
㉢ $y \leq -1$

㉣ $y \geq -1$

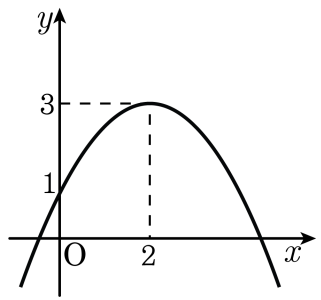
㉤ $y \geq 1$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프를 그리면 다음과 같다.



34. 다음 그림과 같은 그래프를 갖는 이차함수의 식을 고르면?



① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

② $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$

④ $y = -2x^2 + 2x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 4$

해설

꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$

또 y 절편이 1 이므로 $4a + 3 = 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

35. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$ 의 최솟값이 4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x - 1)^2 - 1 + k$$

최솟값이 4 이므로 $-1 + k = 4$

$$\therefore k = 5$$

36. $4 < \sqrt{2x-4} < 5$ 를 만족하는 정수 x 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라.

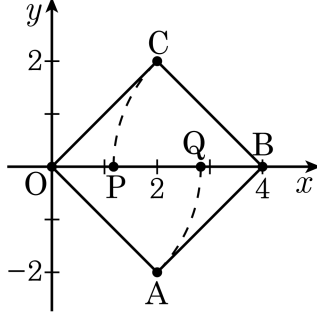
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} &4 < \sqrt{2x-4} < 5 \\ &2x-4 \geq 0 \text{ 일 때,} \\ &16 < 2x-4 < 25, 10 < x < 14.5 \\ &2x-4 < 0 \text{ 일 때,} \\ &-25 < 2x-4 < -16, -10.5 < x < -6 \\ &x = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14 \\ &-10-9-8-7+11+12+13+14 = 16 \end{aligned}$$

37. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 4$

해설

$$\begin{aligned}
 p &= 4 - 2\sqrt{2} \\
 q &= 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로} \\
 p + q &= 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

38. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

39. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.

정수 n 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 2 &= 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2 \\ 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) &= -2 + \frac{49}{8} \\ 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 &= \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \\ x &= \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} \\ \therefore m &= \frac{7 + \sqrt{33}}{4} \\ 5 &< \sqrt{33} < 6 \\ \frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25 \\ 3 < m < 4 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

40. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

41. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

42. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

43. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

44. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠

꼭짓점이 x 축 위에 있다.
- ㉡

축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ㉢

점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

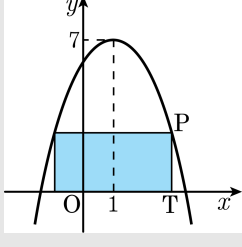
45. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{(둘레의 길이)} &= 2\{2(t - 1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t - 2)^2 + 14 \end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

46. $a + b = -1$, $(a + 1)(b + 1) = -12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$

- ① -25
- ② -24
- ③ -23
- ④ -22
- ⑤ -21

해설

$$\begin{aligned}(a + 1)(b + 1) &= ab + (a + b) + 1 = -12 \\ a + b &= -1 \text{ 이므로 } ab = -12 \\ a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\ &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a + b)(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)\{(a + b)^2 - 2ab\} \\ &= (-1) \\ &\quad \times \{(-1)^2 - 2 \times (-12)\} \\ &= (-1) \times 25 = -25\end{aligned}$$

47. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

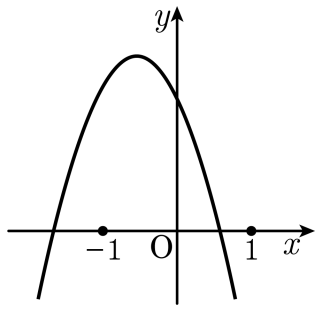
$x = \pm \sqrt{2q}$

따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉, $AB = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면 된다.

$\therefore q = 2, 8, 18$

48. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



- ① $a > 0$ ② $b < 0$ ③ $c < 0$
④ $a + b + c > 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

- ① 위로 볼록하므로 $a < 0$
② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 따라서 $b < 0$ 이다.
③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$
④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$
⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$

49. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나고
최솟값이 -3 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

▷ 정답 : $b = \frac{2}{3}$

▷ 정답 : $c = -\frac{8}{3}$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 각각 지나므로

$$16a - 4b + c = 0$$

$$4a + 2b + c = 0$$

$$\therefore b = 2a, c = -8a$$

또 주어진 함수의 최솟값이 -3 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= ax^2 + 2ax - 8a \\ &= a(x+1)^2 - 9a \end{aligned}$$

$$\therefore -9a = -3$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = -\frac{8}{3}$ 이다.

50. 이차함수 $y = -2x^2 - 4(k-1)x + 3k$ 의 최댓값을 K 라 할 때, K 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{8}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4(k-1)x + 3k \\&= -2\{x^2 + 2(k-1)x + (k-1)^2\} + 2(k-1)^2 + 3k \\&= -2\{x + (k-1)\}^2 + 2(k-1)^2 + 3k \\\therefore K &= 2(k-1)^2 + 3k \\&= 2k^2 - k + 2 \\&= 2\left(k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{16}\right) + \frac{15}{8} \\&= 2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8}\end{aligned}$$

따라서 K 의 최솟값은 $\frac{15}{8}$ 이다.