

1. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

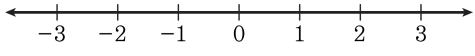
2. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

① 358 ② 409 ③ 421 ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

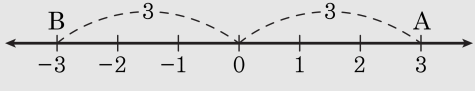
3. A는 -2보다 5 큰 수이고 B는 1보다 4 작은 수 일 때, 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점을 아래 수직선에서 찾으면?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

-2보다 5 큰 수는 3이므로 A가 나타내는 수는 3이고,
1보다 4 작은 수는 -3이므로 B가 나타내는 수는 -3이다.
따라서 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점을 수직선을 이용하여 구하면, 다음과 같다.



4. $-\frac{57}{7}$ 보다 크고 $\frac{10}{3}$ 보다 작은 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$-\frac{57}{7} = -8.142\cdots$, $\frac{10}{3} = 3.333\cdots$ 이므로 두 수 사이의 정수는 $-8, -7, -6, \cdots, +3$ 의 12 개이다.

5. 다음 중 옳은 것을 고른 것은?

보기

- ㉠ $4x + 2$ 의 상수항은 $4x$ 이다.
- ㉡ $2x + 5$ 와 $3x^2 - 1$ 의 동류항은 없다.
- ㉢ $-x + 2y - 1$ 의 계수의 합은 0 이다.
- ㉤ 5 는 단항식이다.
- ㉥ $2ab + 1$ 의 차수는 2 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉠ $4x + 2$ 의 상수항은 2 이다.
- ㉡ 상수항끼리는 동류항이다.
- ㉢ $-x + 2y - 1$ 의 계수의 합은 1 이다.

6. $\frac{4x-5}{3} - 2(x-1) = ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

간단히 하면 $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ 이다.

$\therefore a+b = -\frac{1}{3}$

7. 다음 중 등식으로 나타낼 수 없는 것은?

- ① 200 원짜리 지우개 1 개와 300 원짜리 연필 x 개의 가격이 1800 원이다.
- ② 한 변의 길이가 x 인 정삼각형의 둘레의 길이는 21 이다.
- ③ x 의 3 배는 8 보다 크다.
- ④ 시속 30 km 로 x 시간 동안 달린 거리는 120 km 이다.
- ⑤ 20 % 의 소금물 x g 에 녹아 있는 소금의 양은 30 g 이다.

해설

- ① $200 + 300x = 1800$
- ② $3x = 21$
- ③ $3x > 8$ 이므로 등식이 아니다.
- ④ $30x = 120$
- ⑤ $\frac{1}{5}x = 30$

8. 다음 방정식 중에서 해가 다른 하나는?

① $2x + 4 = 0$

② $5 - 2x = 2x - 4$

③ $3x = x - 4$

④ $2(x - 2) = x - 6$

⑤ $3(x - 2) = 5x - 2$

해설

① $2x + 4 = 0$

$2x = -4$

$\therefore x = -2$

② $5 - 2x = 2x - 4$

$-2x - 2x = -4 - 5$

$-4x = -9$

$\therefore x = \frac{9}{4}$

③ $3x = x - 4$

$3x - x = -4$

$2x = -4$

$\therefore x = -2$

④ $2(x - 2) = x - 6$

$2x - 4 = x - 6$

$2x - x = -6 + 4$

$\therefore x = -2$

⑤ $3(x - 2) = 5x - 2$

$3x - 6 = 5x - 2$

$3x - 5x = -2 + 6$

$-2x = 4$

$\therefore x = -2$

9. 어떤 수로 37 을 나누면 1 이 남고 116 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

36 과 120 의 최대공약수이므로 12 이다.

10. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

11. $\frac{1}{7}$ 에서 어떤 유리수 a 를 빼야 하는데 잘못하여 $\frac{3}{5}$ 에서 뺐더니 $-\frac{11}{10}$ 이 되었다. 바르게 계산한 것을 고르면?

- ① $-\frac{12}{5}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{21}{8}$ ④ $-\frac{27}{10}$ ⑤ $-\frac{109}{70}$

해설

$$\frac{3}{5} - a = -\frac{11}{10}$$

$$a = \frac{17}{10}$$

바르게 계산한 결과는

$$\frac{1}{7} - \frac{17}{10} = \frac{10}{70} - \frac{119}{70} = -\frac{109}{70}$$

12. 다음 중 $a = -2, b = -3$ 일 때, $\frac{2a^2 - b^2}{ab}$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{5}{6}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{3}{5}$

⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

$$\frac{2a^2 - b^2}{ab} = \frac{2(-2)^2 - (-3)^2}{(-2) \times (-3)} = -\frac{1}{6}$$

13. 수학자 디오판토스 (Diophantos ; ?200 ~?284)의 묘비에는 다음과 같은 글이 써 있다고 한다. 디오판토스는 몇 살까지 살았는지 구하여라.

디오판토스는
그 일생의 $\frac{1}{6}$ 을 소년으로,
일생의 $\frac{1}{12}$ 을 청년으로,
그 후 또 다시 일생의 $\frac{1}{7}$ 을
지나 결혼을 하였다.
결혼 후 5년 만에 아들을
낳았는데 아들은 아버지의
일생의 $\frac{1}{2}$ 을 살았다.
그리고 아들이 죽고 난 후,
4년을 더 살았다.

▶ 답: 살

▷ 정답 : 84살

해설

디오판토스가 x 살까지 살았다고 하면

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + \frac{1}{2}x - x = -9$$

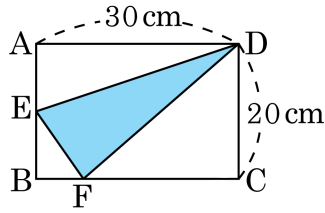
$$14x + 7x + 12x + 42x - 84x = -756$$

$$-9x = -756$$

$$\therefore x = 84$$

따라서 디오판토스는 84살까지 살았다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 E는 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle DEF$ 의 넓이가 185cm^2 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는?



- ① 7cm ② 10cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

$$\overline{BF} = x \text{ 라 하면 } \overline{FC} = 30 - x$$

$$\square ABCD = \triangle AED + \triangle DEF + \triangle EBF + \triangle DFC$$

$$30 \times 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times 30 + 185 + \frac{1}{2} \times 10 \times x + \frac{1}{2} \times 20 \times (30 - x)$$

$$600 = 150 + 185 + 5x + 300 - 10x$$

$$5x = 35$$

$$\therefore x = 7 \text{ (cm)}$$

15. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것은?

- ① 자연수 x 와 서로소인 수 y
- ② 자연수 x 의 약수의 갯수 y
- ③ 시속 x km로 5시간 동안 움직인 거리 y km
- ④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 둘레의 길이 y
- ⑤ 자연수 x 보다 작은 소수의 갯수 y

해설

함수란 변하는 두 x, y 에 x 의 값이 하나 결정되면, 그에 대응하는 y 의 값도 반드시 하나가 결정되어야 한다.

① 자연수 x 와 서로소인 수는 여러개로 결정되므로 함수가 아니다. 예를 들어 $x = 2$ 이면 서로소인 수 $y = 3, 5, 7, \dots$ 는 여러개가 나옴.

② 자연수 x 의 약수의 갯수는 하나로 결정된다. 예를 들면 $x = 2$ 이면 약수는 1, 2, 두 개이므로 $y = 2$ (함수)

③ $y = 5x$ (함수)

④ $y = 4x$ (함수)

⑤ 자연수 x 보다 작은 소수의 갯수는 하나로 결정된다. 예를 들어 $x = 2$ 이면 2보다 작은 소수는 없으므로 $y = 0$ 이다.(함수)

16. 함수 $f(x) = -\frac{x}{3} + 5$ 에서 $f(f(6) + f(-3))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(6) = -\frac{6}{3} + 5 = 3$$

$$f(-3) = -\frac{-3}{3} + 5 = 6$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(6) + f(-3)) &= f(3 + 6) = f(9) \\ &= -\frac{9}{3} + 5 = 2\end{aligned}$$

17. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 x 의 범위가 $-2, -1, 1, 2$ 일 때, 이 함수의 모든 함숫값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(-2) = -\frac{2}{2} = -1, f(-1) = \frac{2}{-1} = -2, f(1) = \frac{2}{1} = 2, f(2) = \frac{2}{2} = 1$$

따라서 함숫값의 범위는 2, -1, 1, 2 이다.

∴ 모든 함숫값의 합은 $(-2) + (-1) + 1 + 2 = 0$ 이다.

18. $|a| = 7$, $|b| = 11$ 인 두 정수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$|7| = |-7| = 7$ 이므로
 $a = 7$ 또는 $a = -7$ 이고
 $|11| = |-11| = 11$ 이므로
 $b = 11$ 또는 $b = -11$ 이다.
따라서 가능한 (a, b) 의 순서쌍은
 $(7, 11)$, $(7, -11)$, $(-7, 11)$, $(-7, -11)$ 이다.
각각의 경우, $a - b$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.
(i) $(a, b) = (7, 11)$ 일 때,
 $a - b = 7 - 11 = -4$ 이다.
(ii) $(a, b) = (7, -11)$ 일 때,
 $a - b = 7 - (-11) = 7 + 11 = 18$ 이다.
(iii) $(a, b) = (-7, 11)$ 일 때,
 $a - b = -7 - 11 = -18$ 이다.
(iv) $(a, b) = (-7, -11)$ 일 때,
 $a - b = -7 - (-11) = -7 + 11 = 4$ 이다.
따라서, $a - b$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은 $M = 18$, $m = -18$ 이다.
 $\therefore M - m = 18 - (-18) = 18 + 18 = 36$

19. 다음을 계산하여라.

$$-2 + \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{9}{4} \right\} \div \left(-\frac{1}{4} \right)$$

① -4

② 4

③ $-\frac{15}{4}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} & -2 + \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{9}{4} \right\} \div \left(-\frac{1}{4} \right) \\ &= -2 + \left\{ 1 - \left(+\frac{1}{4} \right) \times \frac{9}{4} \right\} \times (-4) \\ &= -2 + \frac{7}{16} \times (-4) \\ &= -2 + \left(-\frac{7}{4} \right) \\ &= -\frac{15}{4} \end{aligned}$$

20. 12%의 소금물 600g에서 물을 증발시켰더니 15%의 소금물이 되었다. 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 증발시킨 물의 양을 구하여라.

▶ 답: 10

▶ 정답 : 120g

해설

증발시킨 물의 양을 x g 이라 하면, 남은 소금물의 양은 $(600-x)$ g 이다. 이 때, 물이 증발하더라도 소금의 양은 변하지 않으므로, 소금의 양을 기준으로 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\frac{12}{100} \times 600 = \frac{15}{100} \times (600 - x)$$
$$7200 = 9000 - 15x$$

$$7200 = 9000 - 15x$$

$$15x = 1800$$

$$\therefore x = 120$$

21. 함수 $f(x) = 4x$ 에서 x 가 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 함숫값은?

① $1 \leq y \leq 10$

② $2 \leq y \leq 20$

③ $3 \leq y \leq 20$

④ $4 \leq y \leq 20$

⑤ $5 \leq y \leq 10$

해설

x 에 1, 5를 각각 대입하면

$f(1) = 4, f(5) = 20$ 이다.

$\therefore 4 \leq y \leq 20$

22. 점 $A(a, 6 - 2a)$ 가 x 축 위의 점이고, 점 $B\left(\frac{1}{4}b - 4, b\right)$ 가 y 축 위의 점일 때, 삼각형 AOB 의 넓이는? (단, 점 O 는 원점이다.)

① 18

② 20

③ 24

④ 36

⑤ 48

해설

$A(a, 6 - 2a)$ 가 x 축 위의 점이므로

$$6 - 2a = 0, a = 3$$

$$\therefore A(3, 0)$$

$B\left(\frac{1}{4}b - 4, b\right)$ 이 y 축 위의 점이므로

$$\frac{1}{4}b - 4 = 0, b = 16$$

$$\therefore B(0, 16)$$

$$\therefore \triangle AOB = 3 \times 16 \times \frac{1}{2} = 24$$

23. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

24. 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

가. 점 E는 점 A보다 2만큼 오른쪽에 있다.
나. 점 D는 점 E보다 0.5만큼 오른쪽에 있고, 점 C는 $\overline{AD}$ 를 3:2로 내분한다.
다. 점 C는 점 B보다 2만큼 왼쪽에 있다.

▶ 답 :

▶ 정답 : 3.5

해설

가.

4.

2.0	0.5
-----	-----

,

1.5	1.0
-----	-----

다.

가, 나, 다를 볼 때 B 는 A 보다 3.5 만큼 오른쪽에 있다.

$$\therefore (\overline{AB} \text{의 길이}) = 3.5$$

25. 소금물 270g 중 $\frac{1}{3}$ 을 버리고 그 만큼의 물을 채워 넣는 과정을 4 번 반복한 후, 마지막으로 한 번 더 물을 넣어 주었더니 농도가 처음의 $\frac{1}{9}$ 이 되었다. 마지막에 넣은 물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 210 g

해설

소금물 270g에 들어 있는 소금의 양을 a g이라 두면, $\frac{1}{3}$ 을 버리고 그 만큼의 물을 채워 넣는 과정을 할 때마다 소금의 양은 $\frac{2}{3}$ 배가 된다. 마지막에 채워 넣은 물의 양을 x (g)이라 두면,

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4 a}{270+x} \times 9 = \frac{a}{270}$$
$$\frac{16}{81} \times 9 \times 270 = 270 + x, \quad x = 210$$

∴ 210 (g)