

1. 다음 중 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① π

② $\sqrt{1.21}$

③ $\sqrt{0.1}$

④ 0.01001000100001...

⑤ $0.12i$

해설

- ① π 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)
- ② $\sqrt{1.21} = \frac{11}{10}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.
- ③ $\sqrt{0.1}$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)
- ④ 0.01001000100001... 비순환소수다.(무리수이다.)
- ⑤ $0.12i = \frac{121}{900}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

2. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이의 수가 아닌 것은?

① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$

② $\sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} - 0.1$

④ $\sqrt{5} - 0.01$

⑤ 2

해설

$\sqrt{2} - 0.1$ 은 $\sqrt{2}$ 보다 작은 수이다.

3. $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하면 $\frac{\sqrt{21}}{2a}$ 이 된다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{2a}$$

$$\therefore a = 3$$

4. $\frac{6(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{27} - \sqrt{18}}{\sqrt{3}}$ 를 간단히 하면?

① $2 - 4\sqrt{6}$

② $3 - 3\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{6} - 1$

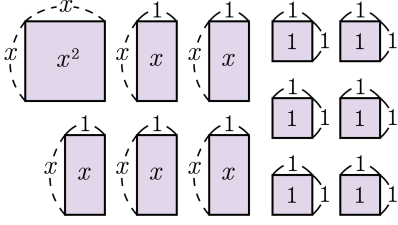
④ $3\sqrt{6}$

⑤ $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{6(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{27} - \sqrt{18}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{6(\sqrt{6} + 3)}{3} - \frac{(18 - 3\sqrt{6})}{3} \\ &= 2\sqrt{6} + 6 - 6 + \sqrt{6} = 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

5. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차를 구하여라.(단, 큰 길이에서 작은 길이를 뺀다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

넓이의 합은 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ 이므로
변의 길이가 각각 $x + 2$, $x + 3$ 인 직사각형이다.
따라서 가로와 세로의 차는 1 이다.

6. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

7. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

8. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12

② -4

③ 2

④ 4

⑤ 12

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2

이므로 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$

에 대입하면 $k = 4$ 이다.

9. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

- ① $(\sqrt{13})^2 + (-\sqrt{4})^2 = 17$ ② $(-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{5})^2 = 3$
③ $(\sqrt{5})^2 \times \left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = 1$ ④ $\sqrt{(-7)^2} \times \sqrt{(-6)^2} = 42$
⑤ $\sqrt{12^2} \div \sqrt{(-4)^2} = 3$

해설

$$\textcircled{2} \quad (-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3$$

10. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$1 - \sqrt{5} < 0$ 이므로 $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$

(준식) $= \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 3) = -4$

11. 두 다항식 $x^2 - 4x + a$, $2x^2 - bx - 9$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 이라 할 때, 나머지 인수들의 합을 구하면?

① $x - 2$

② $3x + 2$

③ $2x - 3$

④ $2x + 1$

⑤ $-x - 1$

해설

$$x^2 - 4x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } k - 3 = -4, k = -1, a = -3k = 3 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) \text{ 이다.}$$

$$2x^2 - bx - 9 = (x - 3)(2x + m)$$

$$= 2x^2 + (m - 6)x - 3m \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } -3m = -9, m = 3, m - 6 = -b, b = 3 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3) \text{ 이다.}$$

$$\text{나머지 인수들의 합은 } (x - 1) + (2x + 3) = 3x + 2 \text{ 이다.}$$

12. $(a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a + b + 2)$

② $4(a - b - 2)$

③ $4a(b + 1)$

④ $4a(b + 2)$

⑤ $4b(a + 2)$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2 \\ &= \{(a + b + 2) + (-a + b - 2)\} \\ & \quad \{(a + b + 2) - (-a + b - 2)\} \\ &= 2b(2a + 4) \\ &= 4b(a + 2) \end{aligned}$$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,
 $ak^2 + bk = -4$ 이므로
 $ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

14. 이차방정식 $ax^2 - 5x - 3 = 0$ ($a \neq 0$)의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근을 구하면?

① $a = 3, x = -\frac{1}{3}$

② $a = 3, x = \frac{1}{3}$

③ $a = 2, x = -\frac{1}{2}$

④ $a = 2, x = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, x = 3$

해설

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 9a - 15 - 3 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore a = 2, x = -\frac{1}{2}$$

15. $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $\frac{q}{p} + \frac{p}{q}$ 의 값은?

① $2 + \sqrt{5}$

② $2 - \sqrt{5}$

③ $8\sqrt{5}$

④ -18

⑤ 18

해설

$$p + q = 4, pq = -1$$

$$\begin{aligned}\frac{q}{p} + \frac{p}{q} &= \frac{q^2 + p^2}{pq} = \frac{(p + q)^2 - 2pq}{pq} \\ &= \frac{4^2 + 2}{-1} = -18\end{aligned}$$

16. 지상에서 20m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 30m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 성립한다. 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

$h = -5x^2 + 30x + 20$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 20 이 될 때이다.

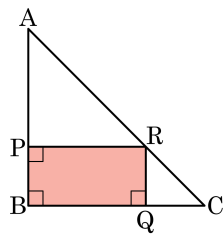
$$20 = -5x^2 + 30x + 20 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 6$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 6$$

17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = \overline{CB} = 12\text{ cm}$ 인 직각이등변삼각형이 있다. $\overline{AC}$ 위의 점 R에서 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, PBQR의 넓이가 32 cm^2 가 되도록 하는 $\overline{PR}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PR} > \overline{PB}$)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{PR} = x$ 라 하자.

$$x(12 - x) = 32$$

$$-x^2 + 12x - 32 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\therefore x = 8\text{ cm} (\because x > 6)$$

18. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

19. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

20. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로
 $\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$
 $\therefore a = 4$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$
 $2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$
 $\therefore b = -\frac{1}{2}$
 $\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

22. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

23. $100 \leq a \leq 200$ 일 때, $\sqrt{7a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 287

해설

$$\begin{aligned} a &= 7 \times x^2 \\ 100 &\leq 7 \times x^2 \leq 200 \\ 14. \times \times \leq x^2 &\leq 28. \times \times \\ x &= 4, 5 \\ a &= 112, 175 \\ \therefore 112 + 175 &= 287 \end{aligned}$$

24. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
 $\therefore x = 6 + y$
 $x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
 $y^2 + 6y - 6 = 0$
 $y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
 $x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

25. 무리수 p 에 대하여 $p^7 = 1$ 일 때, $(1-p) + (1-p^2) + (1-p^3) + \cdots + (1-p^6)$ 의 값을 구하여라. (단, $p \neq \pm 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} p^7 - 1 &= 0 \text{ 이므로} \\ (p-1)(p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1) &= 0 \text{ 에서} \\ p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1 &= 0 \text{ 이므로} \\ \therefore (1-p) + (1-p^2) + (1-p^3) + \cdots + (1-p^6) \\ &= 6 - (p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p) \\ &= 6 - (-1) \\ &= 7 \end{aligned}$$