

1. $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $\frac{6}{5}$

② 2

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

2. $x = 1998, y = 4331$ 일 때, $\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ i

⑤ $-i$

해설

$$\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$$

$$= \frac{(x + yi)^2 + (y - xi)^2}{(y - xi)(x + yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y - xi)(x + yi)} = 0$$

3. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (a+2)^2 - 4 = 0 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

4. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x - 2)^2 - 2a - 4$$

이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \leq x \leq 1$ 에 속하지 않으므로

$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.

따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$

$$\therefore a = -2$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = -1$

▷ 정답 : $z = 2$

해설

$$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} \text{ 에서}$$

$$3x + 2y = 7 \quad \text{..... ㉠}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5} \text{ 에서}$$

$$5x - 2z = 11 \quad \text{..... ㉡}$$

$$x + 2y + 3z = 7 \quad \text{..... ㉢}$$

$$\text{㉠} - \text{㉢} \text{ 을 하면 } 2x - 3z = 0 \quad \text{..... ㉣}$$

$$\text{㉡} \times 3 - \text{㉣} \times 2 \text{ 를 하면 } 11x = 33$$

$\therefore x = 3$ 이것을 ㉠, ㉡에 대입하면

$$y = -1, z = 2$$

6. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
 의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할

때, abc 의 값은?

① -14

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 & \text{㉠} \\ x + 2y + z = 3 & \text{㉡} \\ x + y + 2z = 5 & \text{㉢} \end{cases}$$

㉠ + ㉡ + ㉢ 을 하면 $4(x + y + z) = 20$

$\therefore x + y + z = 5$ ㉣

㉠ - ㉣ 에서 $x = 7$

㉡ - ㉣ 에서 $y = -2$

㉢ - ㉣ 에서 $z = 0$

$\therefore a = 7, b = -2, c = 0$

$\therefore abc = 0$

7. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 + x = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-1)(x+2)(x+4) + 24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\} + 24 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 24 \\ &= (A - 2)(A - 12) + 24 \\ &= A^2 - 14A + 48 = (A - 6)(A - 8) \\ &= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 8) \\ &= (x - 2)(x + 3)(x^2 + x - 8) \\ \therefore a + b + c - d &= -2 + 3 + 1 - (-8) = 10 \end{aligned}$$

8. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 4$$

9. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

A(α , 0), B(β , 0) ($\alpha < \beta$) 이라 하면

α , β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = 2a \quad \dots \textcircled{㉠}$$

이 때, $\overline{AB} = 2$ 이므로

$\beta - \alpha = 2$ 양변을 제곱하면

$$(\beta - \alpha)^2 = 4$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면 $a^2 - 8a - 4 = 0$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 8 이다

10. 두 개의 곡선 $y = ax^2 + bx + 8$, $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 두 교점을 연결하는 직선이 $y = -x + 6$ 일 때, 상수 a , b 의 값을 구하면?

① $a = -1, b = -1$

② $a = -1, b = 0$

③ $a = 1, b = 0$

④ $a = 1, b = -1$

⑤ $a = 0, b = 1$

해설

$$y = ax^2 + bx + 8 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$y = -x + 6 \quad \dots \textcircled{3}$$

두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로

②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.

②, ③을 연립하여 풀면

교점은 $(2, 4)$, $(-1, 7)$ 이고,

이 두 점을 곡선 ①이 지나므로

$$4a + 2b + 8 = 4, \quad a - b + 8 = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 0$$

11. 두 방정식 $ax - 6y - 2 = 0$,
 $2x - (2a - 5)y - 1 = 0$ 에 대하여,
두 방정식을 동시에 만족하는 x 가 없도록 a 의 값을 정하면 ?

① $-\frac{3}{2}$

② -5

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{6}{2a-5} \neq \frac{2}{1} \text{에서 } a(2a-5) = 12,$$

$$2a^2 - 5a - 12 = 0,$$

$$(2a+3)(a-4) = 0,$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}, 4$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}$$

12. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이려면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

13. 이차부등식 $(x+1)^2 \leq k(x^2 - x + 1)$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(x+1)^2 \leq k(x^2 - x + 1)$$

$$(k-1)x^2 - (k+2)x + k-1 \geq 0$$

모든 x 에 대해 성립하려면,

$k-1 > 0$, 판별식이 0보다 작거나 같다

$$D = (k+2)^2 - 4(k-1)(k-1) \leq 0 \text{에서}$$

$$\{(k+2) - 2(k-1)\}\{(k+2) + 2(k-1)\}$$

$$= (-k+4)k \leq 0$$

$$\therefore k(k-4) \geq 0, \quad k \leq 0 \text{ 또는 } k \geq 4$$

$$\therefore k \geq 4 (\because k > 1) \quad \therefore \text{최솟값} : 4$$

14. 좌표 평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여 부등식

$$2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나

-1 은 속하지 않는다.

15. 실수 x 가 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 을 만족할 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

준식의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned}x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 = 18\end{aligned}$$

16. 3차 이하의 다항식 $f(x)$ 에 대하여

$\frac{f(x)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x-3}$ 가 성립할 때, 다음 중 d 와 같은 것은? (단, a, b, c, d 는 실수이다.)

- ① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $\frac{f(2)}{2}$ ④ $\frac{f(3)}{6}$ ⑤ 0

해설

준 식을 정리하면

$$f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2)$$

$x = 3$ 일 때,

$$f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$$

$$\therefore d = \frac{f(3)}{6}$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $ax + b(a \neq 0)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 한다. $xf(x)$ 를 $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 나머지를 구하면 ?

① $\frac{bR}{a}$

② $\frac{b}{Ra}$

③ $-\frac{b}{a}R$

④ $\frac{aR}{b}$

⑤ $-\frac{aR}{b}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \\ &= a\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\therefore x \cdot f(x)$$

$$= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + Rx$$

$$= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R\left(x + \frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}R$$

$$= \left(x + \frac{b}{a}\right)\{axQ(x) + R\} - \frac{b}{a}R$$

따라서, 구하는 몫은 $axQ(x) + R$

$$\text{나머지는 } -\frac{bR}{a}$$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \text{에서}$$

$$\text{나머지 정리에 의해 } f\left(-\frac{b}{a}\right) = R$$

$$x \cdot f(x) = \left(x + \frac{b}{a}\right)Q'(x) + R' \text{이라 하면}$$

$$\text{나머지 정리에 의해 } -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = R'$$

$$f\left(-\frac{b}{a}\right) = R \text{를 대입하면 } R' = -\frac{b}{a}R$$

18. 이차방정식 $ax^2 + (a-3)x - 2a = 0$ 의 두 근의 차가 $\sqrt{17}$ 이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① $-\frac{9}{4}$

② $-\frac{3}{4}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{9}{4}$

⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$ax^2 + (a-3)x - 2a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면,

$$\alpha + \beta = -\frac{a-3}{a}, \alpha\beta = -2$$

문제의 조건에서 $|\alpha - \beta| = \sqrt{17}$

$$\therefore 17 = (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= \left(\frac{a-3}{a}\right)^2 + 8$$

$$\therefore \left(\frac{a-3}{a}\right)^2 = 9, 8a^2 + 6a - 9 = 0$$

따라서, a 의 값들의 합은 $-\frac{3}{4}$

19. $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{2000} + b^{2006}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a + b = 1$ 에서 $b = 1 - a$ 이고 $a^2 + b^2 = -1$ 이므로
 $a^2 + (1 - a)^2 = -1$, $2a^2 - 2a + 2 = 0$, $a^2 - a + 1 = 0$
이 식의 양변에 $a + 1$ 을 곱하면
 $(a + 1)(a^2 - a + 1) = 0$, $a^3 + 1 = 0$
같은 방법으로 하면
 $b^3 + 1 = 0$ 이므로 $a^3 = -1$, $b^3 = -1$
 $\therefore a^{2000} + b^{2006} = (a^3)^{666} \cdot a^2 + (b^3)^{668} \cdot b^2$
 $= a^2 + b^2 = -1$

20. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{a} = 0$ 과 $x^2 + bx + \frac{1}{b} = 0$ 이 공통근을 가질 때, $ab(a+b)$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ a, b 의 값에 따라 달라진다.

해설

공통근을 α 라 하고 두 식에 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + \frac{1}{a} = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 + b\alpha + \frac{1}{b} = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

① - ②하면

$$\therefore \alpha(a-b) + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0, (a-b)\left(\alpha - \frac{1}{ab}\right) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha = \frac{1}{ab}$$

$$\text{이것을 ①에 대입하면 } \left(\frac{1}{ab}\right)^2 + a \cdot \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} = 0$$

$$1 + a^2b + ab^2 = 1 + ab(a+b) = 0$$

$$\therefore ab(a+b) = -1$$