

1. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9

② 13

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$x = 2$ 가 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

3. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

4. 다음 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = 10$

② $x = -1$ 또는 $x = -10$

③ $x = 2$ 또는 $x = 5$

④ $x = -2$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -5$

해설

$$x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

5. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

6. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 6x = m, (x - 5)^2 = n$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 6x - m = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x - 3)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -m = 9, m = -9$$

$(x - 5)^2 = n$ 이 중근을 가지려면 $n = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore n - m = 0 - (-9) = 9$$

7. 이차방정식 $(x-5)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = 5$ 또는 $x = -1$

② $x = 5 \pm \sqrt{6}$

③ $x = -5 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 1$

해설

$$(x-5)^2 = 6$$

$$x-5 = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = 5 \pm \sqrt{6}$$

8. 이차방정식 $(x+3)(x-5) = 5$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 모양으로 고칠 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -1$

▷ 정답 : $B = 21$

해설

$$x^2 - 2x + 1 = 21$$

$$(x-1)^2 = 21$$

$$\therefore A = -1, B = 21$$

9. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(2x - 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

따라서 $x = 2$

10. 이차방정식 $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,
 $4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

11. 이차방정식 $x^2 + ax + 8 = 0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2 - 10x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + ax + 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $a = -6$ 이다.

$x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x - 4)(x - 2) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

$3x^2 - 10x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $b = -8$

$\therefore a - b = -6 - (-8) = 2$

12. 다음 보기 중 $ab = 0$ 인 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a = 0$ 또는 $b = 0$

㉡ $a \neq 0$ 그리고 $b = 0$

㉢ $a = 0$ 그리고 $b \neq 0$

㉣ $a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$ab = 0$ 인 경우는 $a = 0$ 또는 $b = 0$

즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 인 경우이다.

13. 다음의 이차방정식의 음의 근만 모두 더하면?

$$\textcircled{㉠} (x-3)(x-5) = 0$$

$$\textcircled{㉡} (2x-1)(x+3) = 0$$

$$\textcircled{㉢} (3x+1)(4x-2) = 0$$

$$\textcircled{㉠} -\frac{5}{3}$$

$$\textcircled{㉡} -\frac{7}{3}$$

$$\textcircled{㉢} -\frac{8}{3}$$

$$\textcircled{㉣} -\frac{10}{3}$$

$$\textcircled{㉤} -\frac{11}{3}$$

해설

$$\textcircled{㉠} x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=5$$

$$\textcircled{㉡} 2x-1=0 \text{ 또는 } x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=-3$$

$$\textcircled{㉢} 3x+1=0 \text{ 또는 } 4x-2=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 음의 근만 모두 더하면 } -3 - \frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b - 1 = 0$ 의 해가 3일 때, $b - a$ 의 값은?

①

13

② 12

③ 10

④ 11

⑤ 0

해설

$$x^2 + 2ax + b - 1 = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ 이어야 하므로}$$

$$2a = -6, a = -3$$

$$b - 1 = 9, b = 10$$

$$\therefore b - a = 10 - (-3) = 13$$

15. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = -5, b = 1$$

$$a + b = -5 + 1 = -4$$

16. 부등식 $2x + 5 \leq x + 6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x + 5 \leq x + 6, x \leq 1$$

이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.

따라서 $x = 1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로

$$x^2 + ax + b = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2, b = 1$$

17. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 증근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

① -12

② -9

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$3x^2 + ax + 12 = 0$$

$$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0, (x+2)^2 = 0$$

$$\frac{a}{3} = 4 \quad \therefore a = 12$$

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

19. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

20. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$

⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

21. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

22. 이차방정식 $(x - 11)^2 = \frac{a - 7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a - 7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a - 7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

23. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

24. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = 2x^2 - 5x$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2) - 5(3-x)$$

를 정리하면

$$x^2 - 2x - 15 + 5x = x^2 + 3x - 15$$

$$\text{즉, } x^2 + 3x - 15 = 2x^2 - 5x$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 5$$

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x} \text{ 의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면}$$

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

$$\alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha = 2 + \sqrt{22}$$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$