

1.  $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠  $4x^2 - 6x + 1$       ㉡  $4x^2 - 7x + 3$       ㉢  $4x^2 - 4x + 5$   
㉣  $4x^2 - 8x + 2$       ㉤  $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫:  $4x^2 - x - 2$ , 나머지:  $-5x + 3$

$\therefore$  몫과 나머지의 합은  $4x^2 - 6x + 1$

2. 다항식  $2x^3 + x^2 + 3x$ 를  $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

①  $x - 1$

②  $x$

③  $1$

④  $x + 3$

⑤  $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 :  $2x + 1$ , 나머지 :  $x - 1$

3. 다항식  $f(x)$ 를  $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이  $3x - 4$ 이고, 나머지가  $2x + 5$ 이었다. 이 때,  $f(1)$ 의 값은?

①  $-1$       ②  $0$       ③  $1$       ④  $3$       ⑤  $5$

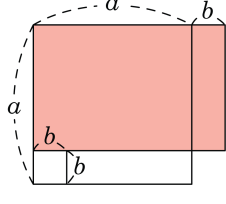
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?

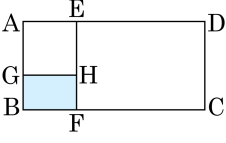


- ①  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ②  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$   
①' = ③ 이므로  
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$   
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

5. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고,  $\overline{AD} = a$ ,  $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ①  $a^2 - 2ab - b^2$                       ②  $a^2 + 3b^2 - 2ab$   
③  $-a^2 + 3ab - 2b^2$                       ④  $-a^2 + 3ab - b^2$   
⑤  $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned}\square\text{GBFH} &= \square\text{ABCD} - \square\text{AGHE} - \square\text{EFCD} \\ &= ab - (a - b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

6.  $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

①  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤  $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

7.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

8.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

9. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta, \nabla$ 를  $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.  
 $A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때  $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?
- ①  $2x^3 - 18x - 10$                       ②  $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$   
③  $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$             ④  $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$   
⑤  $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후  $A, B$ 에 대입하여 정리한다.

10. 다항식  $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

11. 다항식  $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x - 1$  , 나머지가  $-7x - 2$  이다. 다항식  $B = ax^2 + bx + c$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$  이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을  $2x - 1$  로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore B = x^2 - 3x + 2$

12.  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$  이고  $ab \neq 0$  일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

①  $ax + by = 0$

②  $a + b = x + y$

③  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④  $x = y$

⑤  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

13.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \text{ 에서} \\x + y &= 1 - z \\y + z &= 1 - x \\z + x &= 1 - y \\(x + y)(y + z)(z + x) &= (1 - z)(1 - x)(1 - y) \\&= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

14. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

①  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

②  $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤  $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

⑤  $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = (a^2 + 1)^2 - a^2$   
 $= a^4 + a^2 + 1$

15. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

①  $4^3 - 5^3$

②  $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

16. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

①  $\sqrt{11}$

②  $\sqrt{12}$

③  $\sqrt{13}$

④  $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 :  $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 :  $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 :  $d^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad \therefore d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

17.  $x^2 - x + 1 = 0$  일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$  을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$  를  $x$  로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

18.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  이고,  $a = \sqrt{3} + 1$  일 때,  $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3}$  의 값을 구하면?

①  $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

②  $\frac{4 + \sqrt{3}}{4}$

③  $\frac{2\sqrt{3} - 3}{4}$

④  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

⑤  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

해설

( i )  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  에서  $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 3$$

$$\therefore x^2 - 2\sqrt{2}x = 1$$

( ii )  $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3} = a^{x^2-2\sqrt{2}x-3} = a^{-2}$

$$= \frac{1}{a^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$

19.  $x^2 + x - 1 = 0$  일 때,  $x^5 - 5x$  의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$  를  $x^2 + x - 1$  로 나누면  
즉,  $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$   
 $x^2 + x - 1 = 0$   
 $\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 1 \\x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\&= x(-x + 1)^2 - 5x \\&= x^3 - 2x^2 - 4x \\&= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x \\&= -x^2 - x - 2 \\&= -(x^2 + x) - 2 \\&= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

20.  $x+y+z=4$ ,  $xy+yz+zx=1$ ,  $xyz=2$  일 때,  $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

- ① 16                      ② 8                      ③ 4                      ④ 2                      ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & (xy+yz)(yz+zx)(zx+xy) \text{을} \\ & xy+yz+zx=1 \text{을 이용하여 변형하면} \\ & (xy+yz)(yz+zx)(zx+xy) \\ &= (1-zx)(1-xy)(1-yz) \\ &= 1-(xy+yz+zx) + (x^2yz+xy^2z+xyz^2) - (xyz)^2 \\ &= 1-(xy+yz+zx) + xyz(x+y+z) - (xyz)^2 \\ &= 1-1+2\cdot 4-4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$$\begin{aligned} & (x-a)(x-b)(x-c) \\ &= x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc \end{aligned}$$

21.  $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$  을 계산하면?

- ①  $100^6 - 1$                       ②  $100^6 + 1$                       ③  $100^9 - 1$   
④  $100^9 + 1$                       ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} 100 &= a \text{로 치환 하면} \\ (\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= a^6-1 \\ &= 100^6-1 \end{aligned}$$

22.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 (x > 0)$  일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값은?

① 36

② 44

③ 52

④ 68

⑤ 82

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 \circ \text{므로}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4 \quad (\because x > 0)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x}) = 52$$

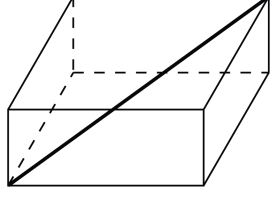
23.  $A$ 를  $B$ 로 나눈 몫을  $Q$ , 나머지를  $R$ 라 하고,  $Q$ 를  $B'$ 으로 나눈 몫은  $Q'$ , 나머지는  $R'$ 이라 한다.  $A$ 를  $BB'$ 으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

- ①  $R + R'B$
- ②  $R' + RB$
- ③  $RR'$
- ④  $R$
- ⑤  $R'$

해설

주어진 조건을 식으로 나타내면  
 $A = BQ + R \cdots \cdots \textcircled{1}$   
 $Q = B'Q' + R' \cdots \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{2}$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  
 $A = B(B'Q' + R') + R$   
 $= (BB')Q' + (R + R'B)$   
 $R + R'B$ 가  $A$ 를  $BB'$ 로 나눈 나머지가 되기 위해서는  $R + R'B < BB'$ 이어야 한다.  
그런데  $R \leq B - 1, R' \leq B' - 1$ 이므로  
 $R + R'B \leq (B - 1) + (B' - 1)B$   
 $= BB' - 1 < BB'$   
따라서  $A$ 를  $BB'$ 으로 나눈 나머지는  $R + R'B$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 3이고 겹넓이가 16, 부피가 6인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각  $a$ ,  $b$ ,  $c$  라 할 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값은?



- ① 12      ② 18      ③ 21      ④ 23      ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} &= 3, \quad abc = 6, \quad 2(ab + bc + ca) = 16 \\ (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ (a + b + c)^2 &= 25, \quad a + b + c = 5 (\because a, b, c \text{는 양수}) \\ a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \cdots \textcircled{1} \\ \textcircled{1} \text{에 각각 대입하면} \\ a^3 + b^3 + c^3 - 18 &= 5 \times (9 - 8) \\ a^3 + b^3 + c^3 &= 23 \end{aligned}$$

25.  $x - y = 1$  이고  $x^2 + y^2 = -1$  일 때,  $x^{10} + y^{13}$  의 값은 얼마인가?

- ① -1                      ② 0                      ③ 1                      ④ 2                      ⑤ -2

해설

$x - y = 1$  에서  $y = x - 1$   
이것을  $x^2 + y^2 = -1$  에 대입하면  
 $2x^2 - 2x + 2 = 0$   
 $x^2 - x + 1 = 0$   
양변에  $x + 1$  을 곱하면,  $x^3 + 1 = 0$   
 $\therefore x^3 = -1$   
또  $x = y + 1$  을  $x^2 + y^2 = -1$  에 대입하면  
 $2y^2 + 2y + 2 = 0, y^2 + y + 1 = 0 \therefore y^3 = 1$   
 $\therefore x^{10} + y^{13} = (x^3)^3 \cdot x + (y^3)^4 \cdot y$   
 $= (-1)^3 \cdot x + 1^4 \cdot y$   
 $= -(x - y) = -1$