

1. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} - \frac{2x+1}{x(3x+1)}$ 을 간단히 하면 ?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 식을 이항분리시키면,

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x+1}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1}\right) - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3x+1}\right) \\ &= 0\end{aligned}$$

2. $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} \\ &= |a+1| + |a-3| = (a+1) - (a-3) = 4\end{aligned}$$

3. 유리함수 $y = \frac{4x+3}{x+2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때 $a+b+c$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{4x+3}{x+2} = \frac{4(x+2)-5}{x+2} = 4 + \frac{-5}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{-5}{x} \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축 방향으로 } -2,$$

y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$$a+b+c = (-5) + (-2) + 4 = -3$$

4. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{-x-1}{x-1}$ ㉡ $y = \frac{x}{x-1}$ ㉢ $y = \frac{-2x-1}{x+1}$

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α 만큼,

y 축으로 β 만큼 평행이동시키면

$y = \frac{1}{x-\alpha} + \beta$ 꼴이 된다.

$$\textcircled{㉠} \quad y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{㉡} \quad y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{㉢} \quad y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

따라서, 구하는 함수는 ㉡, ㉢이다.

5. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 1$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서 $abc = 2$

6. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(0,2)$ 를 지나고 두 직선 $x = -1, y = 3$ 을 점근선으로 가질 때 $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x = -1, y = 3$ 이 점근선 이므로

$$y = \frac{bx+c}{x+a} = \frac{k}{x+1} + 3$$

점 $(0,2)$ 를 지나므로 $k = -1$

$$\therefore y = \frac{-1}{x+1} + 3 = \frac{-1+3x+3}{x+1} = \frac{3x+2}{x+1}$$

이 함수가 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 와 일치해야 하므로

$$a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6$$

7. 무리식 $\sqrt{2x+5} + \sqrt{15-3x}$ 가 실수값을 갖도록 하는 정수 x 의 개수는?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$$2x + 5 \geq 0, 2x \geq -5 \quad \therefore x \geq -2.5$$

$$15 - 3x \geq 0, 15 \geq 3x \quad \therefore 5 \geq x$$

$$\therefore -2.5 \leq x \leq 5$$

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ 총 8개}$$

8. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \cdots + \frac{1}{f(99)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 이므로

$$\frac{1}{f(x)} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준 식}) &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\ &\quad (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ &= \sqrt{100} - 1 = 10 - 1 = 9\end{aligned}$$

9. $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$, $y = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $25\sqrt{5}$ ④ $34\sqrt{5}$ ⑤ $40\sqrt{5}$

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{xy} \\ &= \frac{(2\sqrt{5})^3 - 3(2\sqrt{5})}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}\end{aligned}$$

10. $x = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ 의 값은?

① $11 + 5\sqrt{3}$

② $11 + 10\sqrt{3}$

③ $22 + 5\sqrt{3}$

④ $22 + 10\sqrt{3}$

⑤ $22 + 15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 + \sqrt{3} \text{에서 } x - 2 = \sqrt{3} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \quad \therefore x^2 - 4x + 1 = 0 \\ x^3 - 2x^2 + 3x + 4 \\ &= (x + 2)(x^2 - 4x + 1) + 10x + 2 \\ &= 10x + 2 \\ &= 10(2 + \sqrt{3}) + 2 \\ &= 22 + 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

11. 유리수 x, y 가 $(x - 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - y) = 4\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때 $x^3 + y^3$ 의 값은?

① 45

② 56

③ 48

④ 37

⑤ 26

해설

$$2\sqrt{2}x - xy - 8 + 2\sqrt{2}y = 4\sqrt{2}$$

$$-xy - 8 + (2x + 2y - 4)\sqrt{2} = 0$$

$$xy = -8, \quad x + y = 2$$

$$\begin{aligned}\therefore x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 2^3 - 3 \cdot (-8) \cdot 2 = 56\end{aligned}$$

12. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

13. 함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 (1,2)를 지나고 $x = 3, y = 1$ 을 점근선으로 할 때, 상수 a, b, c 에 대해서 $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점근선이 $x = 3, y = 1$ 이므로
 $a = -3, b = 1$ 이다.

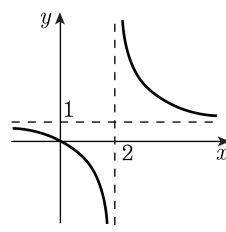
그리고 점 (1,2)를 지나므로,

$$2 = \frac{1+c}{1-3}, c = -5$$

$$\therefore a - b - c = 1$$

14. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2



해설

점근선이 $x = 2$, $y = 1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \text{ 에서 } a = 1, c = -2 \text{ 이다.}$$

그리고 원점을 지나므로 $b = 0$ 이다.

$$\therefore a+b+c = -1$$

15. 두 함수 $f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(2)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$(f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(7)$$

$$f^{-1}(7) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 7$$

$$\text{따라서 } 2k - 1 = 7$$

$$\therefore k = 4$$

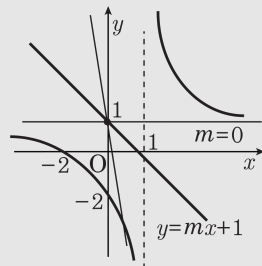
16. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
 두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, \quad m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는
 $-12 < m \leq 0$

17. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

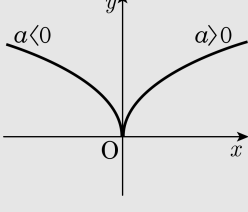
함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

18. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.



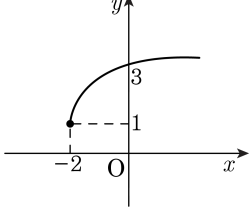
19. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$ 이므로
 $y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3만큼
 y 축으로 -2만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
 $\therefore n - m = 1$

20. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)}+1$

또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a}+1, \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 $y = \sqrt{2(x+2)}+1 = \sqrt{2x+4}+1$ 이고,

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, b = 4, c = 1$$

$$\therefore a+b+c = 7$$