1. 다음 빈칸에 알맞은 수를 써 넣어라.

3 과 −3 을 제곱하면 □이므로 9 의 제곱근은 □, −3 이다. 또한 9 의 제곱근을 근호로 나타내면 $\sqrt{9}$, □이므로 $\sqrt{9}$ = □, $-\sqrt{9}$ = □이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : $-\sqrt{9}$

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : −3

해설

3 과 −3 을 제곱하면 9 이므로 9 의 제곱근은 3 , −3 이다. 또한 9 의 제곱근을 근호로 나타내면 $\sqrt{9}$, $-\sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{9}$ = 3 , $-\sqrt{9}$ = −3 이다.

2. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$

$= \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$

$\therefore\ a - b < 0$

② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$

$= -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ b - a > 0$

③ 좌변$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

우변$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$

$\therefore\ a + 1 > 0$

3. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수를 넣을 때, $\square$ 안의 수가 가장 큰 것은?

① $x^2 - 12x + \square$　② $4x^2 - \square x + 25$

③ $9x^2 + \square x + 1$　④ $x^2 + 18x + \square$

⑤ $x^2 - \square x + 100$

해설

① $x^2 - 12x + \square = x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2$

$\therefore \square = 6^2 = 36$

② $4x^2 - \square x + 25 = (2x \pm 5)^2$

$\therefore \square = \pm 2 \times 2 \times 5 = \pm 20$

③ $9x^2 + \square x + 1 = (3x \pm 1)^2$

$\therefore \square = \pm 2 \times 3 \times 1 = \pm 6$

④ $x^2 + 18x + \square = x^2 + 2 \times 9 \times x + 9^2$

$\therefore \square = 9^2 = 81$

⑤ $x^2 - \square x + 100 = (x \pm 10)^2$

$\therefore \square = \pm 2 \times 1 \times 10 = \pm 20$

4. $8x^2 - 10x + 3$ 을 인수분해 하면?

① $(2x+1)(4x+3)$ ② $(2x-1)(4x-3)$

③ $(2x+1)(4x-3)$ ④ $(2x-1)(4x+3)$

⑤ $(2x-3)(4x+1)$

해설

$8x^2 - 10x + 3 = (2x-1)(4x-3)$

5. 인수분해를 바르게 한 것을 모두 고르면?

① $x^2-5x-6=(x-2)(x-3)$

② $12x-4x^2=4x(x-3)$

③ $x^2-14x+49=(x-7)^2$

④ $3x^2+5x-2=(x-2)(3x+1)$

⑤ $4a^2-9b^2=(2a-3b)(2a+3b)$

해설

① $(x-6)(x+1)$
② $-4x(x-3)$
④ $(x+2)(3x-1)$

6. 다음 이차방정식 $(x-a)^2=b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a=0, b=-1$ ② $a=0, b=2$

③ $a=-1, b=-1$ ④ $a=-1, b=2$

⑤ $a=0, b=4$

해설

$(x-a)^2=b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.
따라서 $(x-0)^2=4$ 일 때이므로 $a=0,\ b=4$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 m 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}, 1$ ③ $-1, -\frac{1}{2}$
④ $-1, \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}, 2$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면
$\alpha + 2\alpha = 3m,\ \alpha = m$
$\alpha \times 2\alpha = -m + 1$
$2\alpha^2 = -m + 1$
$2m^2 + m - 1 = 0$
$(2m - 1)(m + 1) = 0$
$\therefore m = \frac{1}{2}$ 또는 $m = -1$

8. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 27 개인 다각형의 변의 수는?

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 27$ 이므로

$n(n-3) = 54$

$n^2 - 3n - 54 = 0$

$(n-9)(n+6) = 0$

$\therefore\ n = 9$ 또는 $n = -6$

$n > 0$ 이므로 9 각형

따라서 변의 수는 9 개이다.

9. $\sqrt{\frac{32}{3}x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 96

해설

$\sqrt{\frac{32}{3}x} = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}x}$ 이므로 $x = \frac{3}{2} \times k^2$

$k = 1$ 일 때, $x = \frac{3}{2}$

$k = 2$ 일 때, $x = 6$

$k = 3$ 일 때, $x = \frac{27}{2}$

$k = 4$ 일 때, $x = 24$

$k = 5$ 일 때, $x = \frac{75}{2}$

$k = 6$ 일 때, $x = 54$

$k = 7$ 일 때, $x = \frac{147}{2}$

$k = 8$ 일 때, $x = 96$

$k = 9$ 일 때, $x = \frac{243}{2}$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

10. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.

② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.

③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.

④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

11. 이차식을 인수분해하면 $x^2(y+4)^2+2x(y+4)-8=(xy+\mathrm{A}x+\mathrm{B})(xy+\mathrm{C}x+\mathrm{D})$ 일 때, $\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}+\mathrm{D}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$y+4=t$ 로 치환하면
$x^2(y+4)^2+2x(y+4)-8$
$=x^2t^2+2xt-8$
$=(xt+4)(xt-2)$
$=\{x(y+4)+4\}\{x(y+4)-2\}$
$=(xy+4x+4)(xy+4x-2)$
따라서 $\mathrm{A}=\mathrm{B}=\mathrm{C}=4,\ \mathrm{D}=-2$ 이므로 $\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}+\mathrm{D}=10$ 이다.

12. 이차방정식 $4x^2 - ax - 48 = 0$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값과 그 때의 다른 한 근의 합을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$16 + 2a - 48 = 0$

$\therefore a = 16$

$4x^2 - 16x - 48 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x - 6)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 6,\ -2$

$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 16 + 6 = 22$

13. $f(x) = 2x(x-1) - 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 모두 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x(x-1) - 4 = 0$
$2x^2 - 2x - 4 = 0$
$x^2 - x - 2 = 0$
$(x-2)(x+1) = 0$
$\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$

14. $(2m-n)^2-10(2m-n)+21=0$을 만족하는 두 수 m,n에 대하여 $2m-n$의 값이 될 수 있는 수들의 곱은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$2m-n=t$로 놓으면
$t^2-10t+21=0$
$(t-3)(t-7)=0$
$t=3$ 또는 $t=7$
$\therefore\ 3\times 7=21$

15. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 해를 1 개 가질 때 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2+5) = 0$
$m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$
$2m - 4 = 0$
$\therefore m = 2$

16. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\dfrac{\beta}{\alpha+1} + \dfrac{\alpha}{\beta+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -2$

$$\frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1} = \frac{\beta(\beta+1) + \alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$$

$$= \frac{\beta^2 + \beta + \alpha^2 + \alpha}{\alpha + \beta + \alpha\beta + 1}$$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{(\alpha+\beta) + \alpha\beta + 1}$$

$$= \frac{2^2 - 2 \times (-2) + 2}{2 - 2 + 1} = 10$$

17. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3초

해설

$50t - 5t^2 = 105$ 이므로
$5t^2 - 50t + 105 = 0$
$t^2 - 10t + 21 = 0$
$(t - 3)(t - 7) = 0$
따라서 $t = 3,\ 7$ 이다.
처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

18. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$, $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4}$
$= 14 \div 2 + 9$
$= 7 + 9 = 16$
$y = 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225}$
$= 2 \times 16 - 15$
$= 32 - 15 = 17$
$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$
따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

19. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

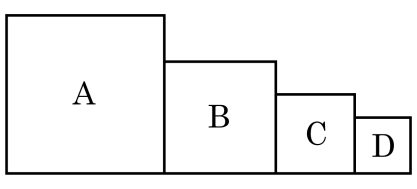
① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$$

$\therefore\ x = \frac{2}{5}$

20. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C 는 D 의 2 배, B 는 C 의 2 배, A 는 B 의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 $2\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}\,\mathrm{cm}$ ② $\frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\,\mathrm{cm}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

해설

D 의 넓이는 A 의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$

따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

21. $a = \sqrt{3}+2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$ ② $22 + 41\sqrt{3}$ ③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$ ⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a+2 = t$ 로 치환하면

$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$

$= 3t^2 - 2t - 8$

$= (t-2)(3t+4)$

$= (a+2-2)\{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$

$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$

$= 41 + 22\sqrt{3}$

22. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
$x^2 + 4ax = -b$
$x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
$(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
$x + 2a = \pm\sqrt{4a^2 - b}$
$\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
$\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
$\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.

23. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$a,\ b$ 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \le a,\ b \le 6$
큰 것이 a 이므로 $b-a<0$
$\therefore\ -4 < b-a < 0$, $b-a = -3, -2, -1$
$b-a=-3$ 일 때,
$(a,\ b) = (4,\ 1), (5,\ 2), (6,\ 3)$
$b-a=-2$ 일 때,
$(a,\ b) = (3,\ 1), (4,\ 2), (5,\ 3), (6,\ 4)$
$b-a=-1$ 일 때,
$(a,\ b) = (2,\ 1), (3,\ 2), (4,\ 3), (5,\ 4), (6,\ 5)$

24. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=7\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=-4 \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=2\sqrt{3}$

▷ 정답 : $y=5\sqrt{2}$

해설

$\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=7\sqrt{6}\cdots㉠ \\ \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=-4\cdots㉡ \end{cases}$

㉠$\times\sqrt{2}$ + ㉡$\times\sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rr} & 2x+\sqrt{6}y=14\sqrt{3} \\ +) & 3x-\sqrt{6}y=-4\sqrt{3} \\ \hline & 5x\quad\quad =10\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x=2\sqrt{3}$

㉡에 $x=2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$6-\sqrt{2}y=-4,\ \sqrt{2}y=10$

$y=5\sqrt{2}$

25. $x^3 + ax^2 - bx + 12$ 가 $(x-1)$ 과 $(x+2)$ 로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=3$

해설

$x^3 + ax^2 - bx + 12$
$= (x-1)(x+2)(x+k)$
$= x^3 + (k+1)x^2 + (k-2)x - 2k$
$-2k = 12,\ \therefore k = -6$
$a = k+1 = -5$
$-b = k-2 = -8,\ \therefore b = 8$
$\therefore a+b = -5+8 = 3$

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 12$ 라 할 때,
$f(x)$ 가 $(x-1)$ 와 $(x+2)$ 를 인수로 가지면
$f(1) = 0$, $f(-2) = 0$ 이므로,
$1^3 + a \times 1^2 - b \times 1 + 12 = 0 \cdots$ ㉠
$(-2)^3 + a \times (-2)^2 - b \times (-2) + 12 = 0 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면, $a = -5,\ b = 8$
$\therefore\ a+b = -5+8 = 3$