1. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

① $a : 0,\ b : 0$ ② $a : 0,\ b : 1$ ③ $a : 1,\ b : 1$

④ $a : 1,\ b : 0$ ⑤ $a : 2,\ b : 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.
또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a+3)$ 과 3 의 지수인 $(b+1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

2. 두 자연수 $21\times x$ 와 $15\times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21\times x=3\times7\times x$, $15\times x=3\times5\times x$
두 수의 최대공약수는 $3\times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a\times b$ (단, a, b 는 소수, $a\neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

3. 지성이네 학교에선 가로, 세로의 길이가 각각 200 m , 150 m 인 운동장 둘레로, 학교 건물이 있는 한 쪽 세로 면을 제외한 나머지 세 면에 “ㄷ”자 형의 그물망을 설치하려고 한다. 기둥을 일정한 간격으로 설치해야 하고 그물망이 시작되는 지점과 끝나는 지점, 그리고 각 모서리에는 반드시 기둥이 설치되어야 한다. 기둥 하나당 설치비용이 50 만 원이라고 할 때, 비용을 최소한으로 하려면 총 비용이 얼마가 나오겠는가? (단, 기둥 설치 외의 비용은 무시한다)

① 500 만 원 ② 550 만 원 ③ 600 만 원
④ 650 만 원 ⑤ 700 만 원

해설

비용을 최소로 하기 위해선 기둥을 가능한 한 적게 설치해야한다.
기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
$200 = x \times \square,\ 150 = x \times \triangle$
x 는 200과 150 의 최대공약수
$200 = 2^3 \times 5^2,\ 150 = 2 \times 3 \times 5^2$
$\therefore\ x = 2 \times 5^2 = 50\ (\mathrm{m})$
기둥 사이의 간격을 50 m 라 할 때
가로 $200 = 50\ (\mathrm{m}) \times 4$ (개),
세로 $150 = 50\,\mathrm{m} \times 3$ (개)
직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ”ㄷ”자 형으로 망을 설치할 때 필요한 최소의 기둥의 수는
$\therefore\ (2 \times 4) + 3 + 1 = 12$ (개)
이때, 기둥 한 개의 설치비용이 50 만 원이므로
총 비용은 12×50 (만 원) $= 600$ (만 원) 이다.

4. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90초　② 180초　③ 210초

④ 360초　⑤ 420초

해설

$10+2$, $12+3$, $14+4$의 최소공배수는 180이므로
180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.

5. 차가 8 인 두 수의 최대공약수가 4 , 최소공배수가 60 일 때 두 수의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 32

해설

두 수를 $4 \times a, 4 \times b$ 라 두면,
$4 \times a - 4 \times b = 8 \rightarrow a - b = 2$,
$4 \times a \times b = 60 \rightarrow a \times b = 15$,
$a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 $20, 12$ 이다.
$\therefore$ (두 수의 합)$= 32$

6. 네 정수 a, b, c, d가 아래의 조건을 만족시킬 때, 다음 식 중에서 항상 참인 것은?

㉠ $abd > 0$	㉡ $ac < 0$	㉢ $bd < 0$

① $a > 0$　　② $b > 0$

③ $c > 0$　　④ $d > 0$

⑤ 아무 것도 알 수 없다.

해설

㉠과 ㉢에서 $abd > 0$ 이고 $bd < 0$ 이므로 $a < 0$

따라서 ㉡. $ac < 0$ 에서 $c > 0$

그러므로 $a < 0$, $c > 0$ 임을 알 수 있지만 b , d 의부호는 알 수 없다.

7. $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d}}}=\dfrac{23}{15}$ 을 만족하는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 값에 대해서 $d-a-b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 또는 +4

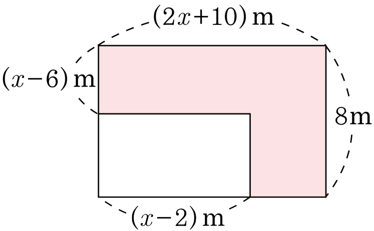
해설

$$\frac{23}{15}=1+\frac{8}{15}=1+\cfrac{1}{\cfrac{15}{8}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{7}{8}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{8}{7}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7}}}$$

$a=1,\ b=1,\ c=1,\ d=7$

$\therefore d-a-b-c=7-1-1-1=4$

8. 가로의 길이가 $(2x+10)$ m , 세로의 길이가 8m 인 직사각형 모양의 정원에 다음 그림과 같이 색칠한 부분에 장미꽃을 심으려고 한다. 장미꽃이 심어진 부분의 둘레의 길이를 x 를 사용한 식으로 나타내어라.



① $(2x+10)$ m　② $(2x+18)$ m　③ $(2x-6)$ m

④ $(4x+18)$ m　⑤ $(4x+36)$ m

해설

$(2x+10+8)\times 2=4x+36(\mathrm{m})$

9. x 에 관한 두 방정식 $3x+1=x+a$ 의 해를 $2(x-a)-3=-2x-13$ 의 해로 나누면 나누어 떨어지고 몫이 2 가 된다. 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=9$

해설

$3x+1=x+a$

$x=\frac{a-1}{2}$

$2(x-a)-3=-2x-13$

$x=\frac{2a-10}{4}$

$\frac{a-1}{2}=2\times\frac{2a-10}{4}$

$a-1=2a-10$ 이므로 $a=9$ 이다.

10. $2x+1=|x|+|x-1|$ 을 만족하는 x 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

1) $x \geq 1$ 일 때,

$2x+1=|x|+|x-1|$, $2x+1=2x-1$ 성립하지 않는다.

2) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$2x+1=|x|+|x-1|$, $2x+1=1$, $x=0$

3) $x < 0$ 일 때,

$2x+1=|x|+|x-1|$, $2x+1=-2x+1$, $x=0$, $x<0$ 이므로 성립하지 않는다.

따라서 x의 값의 합은 0이다.

11. x 에 관한 일차방정식 $\frac{5}{3}x + \frac{2-x}{9} = \frac{1}{2}(x-1)$ 에서 5 를 잘못 보고 풀었더니 $x=-1$ 의 해를 얻었다. 5을 얼마로 잘못 보았는가?

① 1　② 2　③ 3

④ 4　⑤ 알 수 없다

해설

5 를 a 라 하고 $x=-1$ 을 대입하면

$$\frac{-a}{3} + \frac{2+1}{9} = \frac{1}{2}(-1-1)$$

$$-6a + 6 = -18$$

$$-6a = -24$$

$$a = 4$$

12. 다음 방정식을 만족하는 정수 x, y 에 대하여 (x, y) 의 순서쌍이 무수히 많은 경우는?

① $x > 0, y < 0$ 일 때, $2x - 5y = 10$

② $x > 0, y < 0$ 일 때, $\frac{4}{3}x - \frac{3}{5}y = 7$

③ $x > 0, y < 0$ 일 때, $2x + y = -3$

④ $x < 0, y > 0$ 일 때, $3x - \frac{5}{2}y = 4$

⑤ $x < 0, y > 0$ 일 때, $-3x + 5y = 8$

해설

① 해가 없다.
② $20x - 9y = 105$, $(x,\ y) = (3,\ -5)$
③ 해가 무수히 많다.
④ $6x - 5y = 8$, 해가 없다.
⑤ $(x,\ y) = (-1,\ 1)$

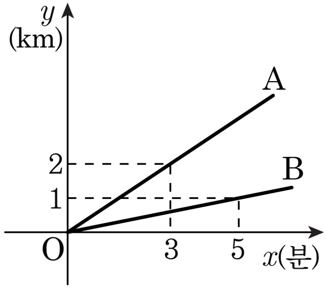
13. 함수 $\dfrac{12}{x}$ 의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 갯수는? (단, 경계는 포함하지 않는다.)

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 27 ⑤ 29

해설

$xy = 12$ 이고, x축과 y축 사이에 있으므로,
$0 < xy < 12$ 이고, x, y좌표가 자연수인 점을 차례로 찾으면
$x = 1$ 일 때, $y = 1, 2, 3, \cdots, 11$ 이므로 11개
$x = 2$ 일 때, $y = 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 5개
$x = 3$ 일 때, $y = 1, 2, 3$ 이므로 3개
$x = 4, 5$ 일 때, $y = 1, 2$ 이므로 $2 \times 2 = 4$개
$x = 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 일 때, $y = 1$ 이므로 $6 \times 1 = 6$개
$\therefore 11 + 5 + 3 + 4 + 6 = 29$(개)

14. 다음 그래프는 A, B두 사람이 자전거를 탈 때, 달린 시간 x분과 달린 거리 $y$km사이의 관계를 나타낸 것이다. 이 그래프를 보면 시간이 지날수록 두 사람이 달린 거리의 차이가 생기는 것을 알 수 있다. 두 사람이 동시에 출발 하였을 때, 거리의 차가 7km가 되는 데 걸리는 시간을 A분이라 할 때, A의 값은?



① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

(A의 속력) $= \dfrac{\text{거리}}{\text{시간}} = \dfrac{2}{3}$ 이고

(거리) $=$ 시간 $\times$ 속력이므로 $y = \dfrac{2}{3}x$이다.

(B의 속력) $= \dfrac{\text{거리}}{\text{시간}} = \dfrac{1}{5}$ 이고

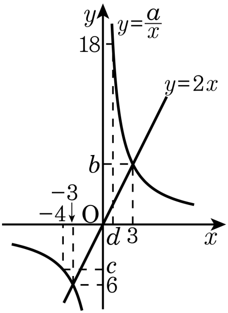
(거리) $=$ 시간 $\times$ 속력이므로 $y = \dfrac{1}{5}x$이다.

A, B의 거리의 차이는 7km이므로

A의 거리 $-$ B의 거리 $=$ 7km이다.

$\dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{5}x = 7$km이므로 $x = 15$이다.

15. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$ 와 $y = \dfrac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(3,\ b)$ 에서 만날 때, $a - 2b + 3c + 4d$ 의 값은?



① $-\dfrac{1}{2}$　② $-\dfrac{3}{2}$　③ $-\dfrac{5}{2}$
④ $-\dfrac{7}{2}$　⑤ $-\dfrac{9}{2}$

해설

$y = 2x$에 $x = 3,\ y = b$ 를 대입하면 $b = 6$

점 $(3,\ 6)$은 함수 $y = \dfrac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $6 = \dfrac{a}{3}$, $a = 18$

$\therefore\ y = \dfrac{18}{x}$

점 $(-4,\ c)$가 함수 $y = \dfrac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $c = \dfrac{18}{-4} = -\dfrac{9}{2}$

점 $(d,\ 18)$이 함수 $y = \dfrac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $d = 1$

$\therefore a - 2b + 3c + 4d = 18 - 12 + 3 \times \left(-\dfrac{9}{2}\right) + 4 = -\dfrac{7}{2}$

16. 다음 표는 5 명의 수학 성적에 대하여 (각 학생의 성적) − (C의 성적) 을 나타낸 것이다. D 의 성적이 80 점일 때, 수학 성적의 평균을 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
성적 차	10	7	0	5	-17

▶ **답 :** 점

▷ **정답 :** 76 점

해설

(D의 성적) − (C의 성적) = 5 이므로 C 의 성적은 75 점이다. C 의 성적을 가평균으로 두고,

$$\text{평균} = \text{가평균} + \frac{(\text{가평균} - \text{도수})\text{의 총합}}{\text{도수의 총합}}$$ 을 이용하면 평균은

$$75 + \frac{10 + 7 + 5 - 17}{5} = 75 + 1 = 76\ (\text{점})$$ 이다.

17. 두 학급 A, B 의 학생 수가 각각 50 명, 40 명이다. 각 학급에서 안경을 낀 학생의 상대도수를 각각 a, b 라고 할 때, 두 학급 A, B 의 전체 학생에 대한 안경 낀 학생의 상대도수를 a, b 를 써서 나타내면?

① $50a+40b$　② $\dfrac{50a+40b}{9}$　③ $\dfrac{5a+4b}{9}$

④ $\dfrac{4a+5b}{9}$　⑤ $\dfrac{4a+5b}{90}$

해설

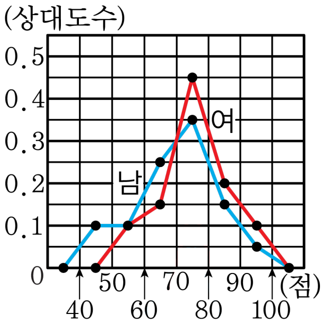
A 학급의 안경을 낀 학생 수 : $50\times a=50a$

B 학급의 안경을 낀 학생 수 : $40\times b=40b$

따라서 전체 학생에 대한 안경 낀 학생의 상대도수는

$$\frac{50a+40b}{50+40}=\frac{50a+40b}{90}=\frac{5a+4b}{9}$$

18. 다음은 어느 학교 남학생과 여학생의 국어 성적을 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. 국어 성적이 70 점 이상 80 점 미만인 계급에서 남학생의 수와 여학생의 수가 같고, 전체 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수가 40 일 때, 이 학교 남학생 중 국어 성적이 80 점 이상인 학생 수를 구하여라.



▶ **답:** ____ 명

▷ **정답:** 72 명

해설

남학생을 x, 여학생을 y 라 하면 계급값이 75 인 곳에서 국어 성적이 같으므로 $0.35x = 0.45y$ $x : y = 9 : 7$

$x = 9k, \quad y = 7k \ (k > 0)$

$9 \times 7 \times k =$ (최소공배수)

$\therefore \ k =$ (최대공약수) $= 40$

따라서 전체 남학생 수는 $40 \times 9 = 360$ 이다.

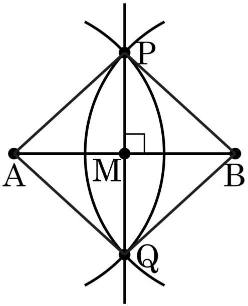
남학생 중 남학생 수와 여학생 수가 80 점 이상인 학생은

$360 \times 0.15 = 54$

$360 \times 0.05 = 18$

$\therefore 54 + 18 = 72$(명)

19. 다음 그림은 선분 AB 의 수직 이등분선을 작도한 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle PMA = \angle PMB$

② $\overline{BM} = \overline{QM}$

③ $\overline{QA} = \overline{QB}$

④ $\overline{PA} = \overline{PB}$

⑤ $\overline{AM} = \overline{BM}$

해설

수직이등분선 위의 임의의 점에서 선분 AB 의 양 끝점까지의 거리는 같다.
따라서, ①, ③, ④, ⑤는 옳다.

20. 다음 보기에서 옳은 내용을 고르면?

보기

ㄱ. $75°$ 를 작도할 수 있다.
ㄴ. $45°$ 를 작도할 수 있다.
ㄷ. $82.5°$ 를 작도할 수 있다.
ㄹ. $20°$ 를 작도할 수 없다.
ㅁ. 임의의 각의 삼등분선을 작도할 수 있다.

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄴ, ㄷ
③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

해설

ㄷ. $82.5° = 60° + (45° \div 2)$
ㅁ. 직각의 삼등분선의 작도는 가능하나 임의의 각의 삼등분선은 작도할 수 없다.

21. 다음 중 주어진 세 변으로 삼각형을 작도할 수 없는 것은?

① $4, 6, 9$ ② $6, 8, 10$ ③ $10, 12, 25$

④ $5, 5, 5$ ⑤ $8, 8, 12$

해설

가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

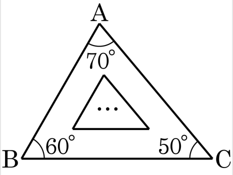
$25 > 10 + 12$

22. 다음과 같이 주어진 변의 길이와 각의 크기를 알 때, 삼각형을 무수히 많이 작도할 수 있는 것은?

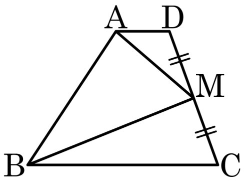
① $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$
② $\overline{AB}$, $\angle A$, $\overline{AC}$
③ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\angle B$
④ $\angle A$, $\angle B$, $\overline{AB}$
⑤ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$

해설

① 삼각형을 무수히 많이 작도할 수 있는 경우는 세 각의 크기를 알 때이다.



23. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{DC}$ 의 중점을 M 이라 하고 □ABCD 의 넓이가 S cm^2 일 때, △ABM 의 넓이를 S에 대한 식으로 나타내어라.

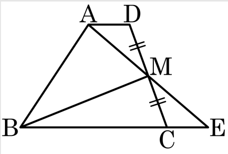


▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $\frac{1}{2}S$ cm^2

해설

다음 그림과 같이 점 E 를 잡으면



$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로

$\angle ADM = \angle ECM$ (엇각)

$\angle AMD = \angle EMC$ (맞꼭지각)

$\overline{MD} = \overline{MC}$

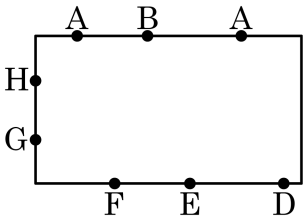
따라서 $\triangle AMD \equiv \triangle EMC$ (ASA 합동)

$\therefore$ □ABCD $= \triangle ABE$

또한, $\overline{AM} = \overline{ME}$ 이므로 $\triangle ABM = \triangle MBE$

$\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2}\triangle ABE = \frac{1}{2}$□ABCD $= \frac{1}{2}S$ (cm^2)

24. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 점 8 개가 있다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 다각형의 개수를 구하여라. (단, 같은 n 각형이라도 모양이 다르면 다른 것으로 본다.)



▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 159 개

해설

한 변에서 최대 두 개의 꼭짓점이 존재할 수 있다.

i) 삼각형

① (한 변 위의 점 두 개와 다른 변 위의 점 한 개로 만들 수 있는 삼각형)$=15+15+6=36$

$(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})$ 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 15

$(\mathrm{D},\mathrm{E},\mathrm{F})$ 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 15

(H,G) 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 6

② (세 변 위의 점 한 개씩을 뽑아 만들 수 있는 삼각형)$=3\times2\times3=18$ 개

$\therefore 36+18=54$ 개

ii) 사각형

① (한 변 위의 두 점과 다른 변 위의 두 점으로 만들 수 있는 사각형)$=9+3+3=15$

$(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})$ 중 두 점과 $(\mathrm{D},\mathrm{E},\mathrm{F})$ 중 두 점으로 만든 사각형 : 9

$(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})$ 중 두 점과 (H,G) 두 점으로 만든 사각형 : 3

$(\mathrm{D},\mathrm{E},\mathrm{F})$ 중 두 점과 (H,G) 두 점으로 만든 사각형 : 3

② (한 변 위의 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만들 수 있는 사각형)$=18+18+9=45$

$(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})$ 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $6\times3=18$

$(\mathrm{D},\mathrm{E},\mathrm{F})$ 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $6\times3=18$

(H,G) 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : 9

$\therefore 15+45=60$ 개

iii) 오각형

① $(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})$ 중 한 점만 사용하여 만들 수 있는 오각형 : $3\times3=9$

② $(\mathrm{D},\mathrm{E},\mathrm{F})$ 중 한 점만 사용하여 만들 수 있는 오각형 : $3\times3=9$

③ (H,G) 중 한 점만 사용하여 만들 수 있는 오각형 : $9+9=18$

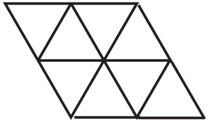
$\therefore 9+9+18=36$ 개

iv) 육각형

세 변에서 각각 두 점씩 사용하여 만들 수 있는 육각형 : $3\times3=9$

따라서 만들 수 있는 다각형의 개수는 $54+60+36+9=159$(개) 이다.

25. 다음 그림은 크기가 같은 정삼각형을 이어 붙여 만든 도형이다. 이 도형에서 찾을 수 있는 평행사변형의 개수를 구하여라.



▶ 답: ______ 개

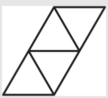
▷ 정답: 13 개

해설

작은 삼각형 2 개로 이루어진 평행사변형 : 8(개)
작은 삼각형 4 개로 이루어진 평행사변형 : 4(개)

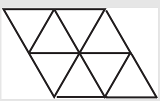
i) 

모양 : 2(개)

ii) 

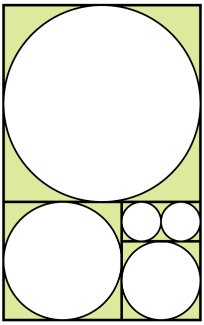
모양 : 2(개)

작은 삼각형 8 개로 이루어진 평행사변형 : 1(개)



$\therefore 8 + 4 + 1 = 13$(개)

26. 다음 그림과 같이 직사각형을 여러 개의 정사각형으로 나누고 각 정사각형에 내접하는 원을 그렸다. 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 6cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



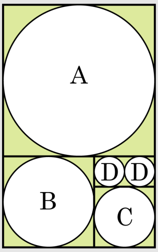
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $160 - 40\pi$ cm^2

해설

원 A, B, C, D 의 반지름의 길이를 각각 a, b, c, d 라 하면 직사각형의 가로의 길이는

$2a = 2b + 2c = 2b + 4d$ 이다.



$\therefore\ a = b + c,\ c = 2d$

직사각형의 세로의 길이는 $2a + 2b = 2a + 2c + 2d$ 이다.

$\therefore\ b = c + d,\ c = 2d$ 이므로 $b = 3d$

가로와 세로의 길이의 차는 $(2a + 2b) - 2a = 6$ 이다.

$\therefore\ b = 3$

$b = 3$ 이면 $d = 1,\ c = 2,\ a = 5$

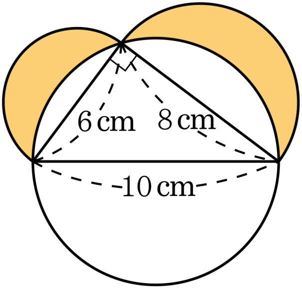
색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀 부분이다.

$10 \times 16 - (\pi \times 5^2 + \pi \times 3^2 + \pi \times 2^2 + \pi \times 1^2 \times 2)$

$= 160 - (25\pi + 9\pi + 4\pi + 2\pi)$

$= 160 - 40\pi(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림은 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하여 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이는?



① 6cm^2　② 12cm^2　③ 24cm^2

④ 36cm^2　⑤ 48cm^2

해설

$$6 \times 8 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 24(\text{cm}^2)$$

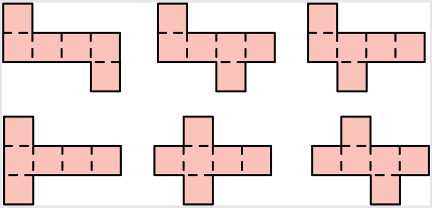
28. 정육면체의 서로 다른 전개도의 개수를 구하여라. (단, 돌리거나 뒤집어서 같은 모양은 하나의 전개도로 본다.)

▶ 답 : ______ 가지

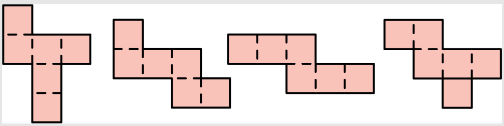
▷ 정답 : 11 가지

해설

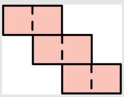
(1) 옆면을 이루는 정사각형 4 개가 모두 연속으로 붙어있는 경우 : 6 가지



(2) 옆면을 이루는 정사각형 4 개 중 3 개가 연속으로 붙어있는 경우 : 4 가지

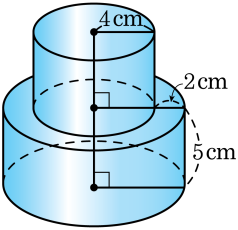


(3) 옆면을 이루는 정사각형 4 개 중 2 개가 연속으로 붙어있는 경우 : 1 가지



따라서 정육면체의 서로 다른 전개도는 총 11 가지이다.

29. 다음 그림과 같이 반지름의 길이는 1 개를 쌓을 때마다 반지름의 길이를 2 cm 씩 줄고, 높이는 5 cm 로 같은 원기둥 2 개를 쌓아 만든 입체도형이다. 3 개를 쌓았을 때의 겉넓이를 구하여라.

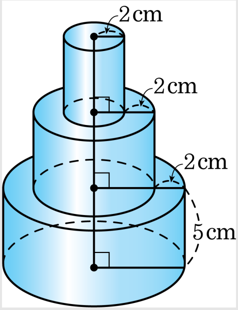


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm^2

▷ 정답 : 192π cm^2

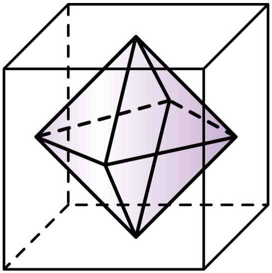
해설

3 개를 쌓게 되면 다음 그림과 같은 모양이 된다. 가장 위에 있는 원기둥을 ①, 중간의 원기둥을 ②, 가장 아래에 있는 원기둥을 ③ 이라고 하자.



(이 도형의 밑넓이)
= (1번 밑넓이) + (2번 밑넓이 − 1번 밑넓이) + (3번 밑넓이 − 2번 밑넓이) + (3번 밑넓이)
$(\pi \times 2^2) + (\pi \times 4^2 - \pi \times 2^2) + (\pi \times 6^2 - \pi \times 4^2) + (\pi \times 6^2)$
$= 72\pi(\mathrm{cm}^2)$
(이 도형의 옆넓이)
= (1번 옆넓이) + (2번 옆넓이) + (3번 옆넓이)
$= \{(2\pi \times 2) \times 5\} + \{(2\pi \times 4) \times 5\} + \{(2\pi \times 6) \times 5\}$
$= 120\pi(\mathrm{cm}^2)$
따라서 이 도형의 겉넓이는 $72\pi + 120\pi$
$= 192\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

30. 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체에서 각 면의 대각선의 교점들로 이루어진 입체도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : 288 $\underline{\ \mathrm{cm}^3}$

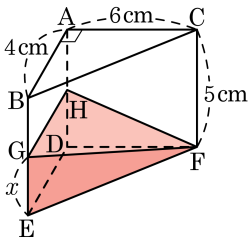
해설

이 입체도형은 사각뿔이 아래위로 붙어 있는 것이다.

사각뿔의 높이는 6cm , 밑면의 넓이는 $12 \times 12 \times \frac{1}{2} = 72(\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\therefore V = (\frac{1}{3} \times 72 \times 6) \times 2 = 288(\mathrm{cm}^3)$

31. 다음 그림과 같이 삼각기둥을 점 F, G, H를 지나도록 자를 때, 두 입체도형의 부피의 비가 4 : 1 이 되었다. x의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ cm

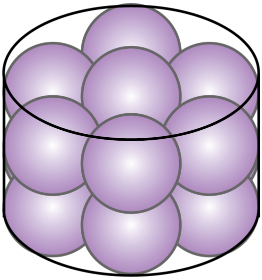
해설

(삼각기둥의 부피) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 5 = 60(\mathrm{cm}^3)$

(사각뿔 F – GEDH의 부피) $= \frac{1}{3} \times 4 \times x \times 6 = 60 \times \frac{1}{5}$

$\therefore \ x = \frac{3}{2}(\mathrm{cm})$

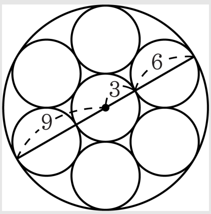
32. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 9cm 인 원기둥 모양의 통에 공이 14 개 꼭 맞게 들어있다. 이 원기둥에 물을 가득 담은 후 공 14 개를 넣은 뒤, 14 개를 모두 꺼내면 남아 있는 물의 높이는?



① $\frac{5}{3}$cm ② $\frac{10}{3}$cm ③ $\frac{52}{3}$cm
④ $\frac{52}{9}$cm ⑤ 5cm

해설

원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9cm, 높이가 12cm 이므로 원기둥의 부피는
$\pi \times 9^2 \times 12 = 972\pi(\text{cm}^3)$



통의 반지름의 길이가 9cm 이므로, 공의 반지름의 길이는 3cm 이므로 반지름의 길이가 3cm 인 공 한 개의 부피는
$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\text{cm}^3)$
남아 있는 물의 부피는
$972\pi - 36\pi \times 14 = 468\pi(\text{cm}^3)$,
따라서 남아 있는 물의 높이를 $h$cm 라고 하면 $\pi \times 9^2 \times h = 468\pi$,
$h = \frac{52}{9}(\text{cm})$ 이다.

33. 밑면의 지름과 높이가 같은 원기둥과 이 원기둥의 높이를 지름으로 하는 구, 또 원기둥의 밑면의 지름과 높이가 같은 원뿔 사이의 부피의 비를 구하면?

① 3 : 2 : 1 ② 3 : 1 : 2 ③ 6 : 3 : 2

④ 2 : 3 : 1 ⑤ 6 : 2 : 3

해설

원기둥의 밑면의 반지름을 a 라 하면 높이는 $2a$ 이다.
따라서 (원기둥) : (구) : (원뿔) 는

$(\pi a^2 \times 2a) : \frac{4}{3}\pi a^3 : \left(\frac{1}{3}\pi a^2 \times 2a\right) = 2 : \frac{4}{3} : \frac{2}{3} = 3 : 2 : 1$ 이다.