

1. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

2. 두 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 와 $y = x^2 - bx + a$ 의 그래프의 교점이 x 축 위에 있도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

교점의 x 좌표를 p 라 하면

$$p^2 - ap + b = p^2 - bp + a$$

$$(a - b)p + a - b = 0$$

$$(a - b)(p + 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } p = -1$$

그런데 교점이 x 축 위에 있으므로

교점의 y 좌표는 0 이다.

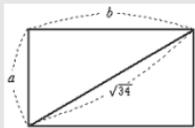
$$\therefore 1 + a + b = 0$$

$$\therefore a + b = -1$$

3. 대각선의 길이가 $\sqrt{34}$ m 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 가로, 세로의 길이를 각각 2m 씩 늘였더니, 넓이가 20m^2 만큼 넓어졌다고 한다. 처음 땅의 가로, 세로의 길이를 구하면?

- ① 가로의 길이: 3m, 세로의 길이: 5m
 ② 가로의 길이: 5m, 세로의 길이: 3m
 ③ 가로의 길이: 3m, 세로의 길이: 5m 또는 가로의 길이: 5m, 세로의 길이: 3m
 ④ 가로의 길이: $(3\sqrt{6} - 2)$ m, 세로의 길이: $(3\sqrt{6} - 2)$ m
 ⑤ 가로의 길이: $\sqrt{3}$ m, 세로의 길이: $\sqrt{5}$ m

해설



$$a^2 + b^2 = (\sqrt{34})^2 = 34$$

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 20$$

$$ab + 2(a + b) + 4 = ab + 20$$

$$\therefore a + b = 8$$

$$2ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 64 - 34 = 30$$

$$\therefore ab = 15 \quad b = 8 - a$$

$$a \cdot (8 - a) = 15 \rightarrow (a - 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 5 \text{ 또는 } a = 5, b = 3$$

4. x 에 대한 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 8$ 은 $(x + 2)^2$ 으로 나누어 떨어지고, $1 - f(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어 떨어질 때, $f(x)$ 의 상수항은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$f(x) + 8 = (x + 2)^2(ax + b) \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$1 - f(x) = (x^2 - 1)Q(x) \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉡에서 $f(1) = 1$, $f(-1) = 1$

그러므로 ㉠에서

$$1 + 8 = 9(a + b) \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$$1 + 8 = -a + b \cdots \textcircled{\text{㉣}}$$

㉢, ㉣에서 $a = -4$, $b = 5$

$$\therefore f(x) = (x + 2)^2(-4x + 5) - 8$$

$$\therefore \text{상수항은 } f(0) = 2^2 \cdot 5 - 8 = 12$$

5. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$ 일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$a-b=1+i \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$b-c=1-i \dots\dots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}+\textcircled{\Delta}$ 을 계산하면 $a-c=2$

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (1+i)^2 + (1-i)^2 + (-2)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 1+2i-1+1-2i-1+4 \}$$

$$= 2$$