1. 세 점 $A(-1, 4)$, $B(0, 1)$, $C(a, -5)$가 한 직선 위에 있도록 a의 값을 정하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

한 직선위에 있으려면 기울기가 같아야 한다.

$$\therefore \quad \frac{4-1}{-1-0} = \frac{1-(-5)}{0-a}$$

$$\Rightarrow \quad a = 2$$

2. 원점 O에서 직선 L : $ax - y + 1 = 0$에 내린 수선의 길이가 $\frac{1}{3}$일 때 음수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0-0+1|}{\sqrt{a^2+(-1)^2}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{a^2+1} = 3$$

$$a^2 = 8$$

$$\therefore a = -2\sqrt{2}\ (\because a < 0)$$

3. $A = \{0,\ 1,\ 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\{1\} \subset A$ ② $\{1,\ 2,\ 0\} \subset A$ ③ $\{0\} \subset A$

④ $0 \subset A$ ⑤ $\{0,\ 1\} \subset A$

해설

0 은 집합 A 의 원소이므로 $\in$ 기호를 이용하여 나타내여야 한다.

4. 다음은 수진, 영우, 희망이가 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 두 집합사이의 관계를 표현한 것이다. 바르게 표현한 사람은 누구인지 말하여라.

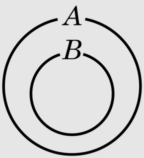
수진 : $A - B = \varnothing$ 영우 : $A \cap B = A$ 희망 : $B - A = \varnothing$

▶ 답 :

▷ 정답 : 희망

해설

$B \subset A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.
따라서 $B - A = \varnothing$, $A \cap B = B$ 이다.



5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A$(1,5)$, B$(-1,3)$, C$(-1,-1)$, D(a,b) 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

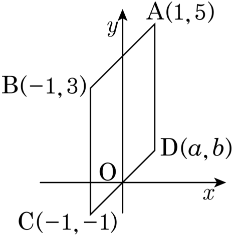
해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.

즉, $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{-1+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$

$\therefore a=1,\ b=1$

$\therefore ab=1$



6. 원점에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 a^2+b^2 의 값을 구하면?

① 4 ② 8 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 (0, 0) 에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의
거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a\times 0+b\times 0+4|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$$4=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\rightarrow 2(a^2+b^2)=16$$

$$\therefore\ a^2+b^2=8$$

7. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2+y^2+ax-2y=0$ 이 중심이 $\mathrm{C}(1,1)$ 인 원을 나타낼 때, 이 원의 반지름의길이는?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$x^2+y^2+ax-2y=0$ 을 표준형으로 고치면 $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+(y-1)^2=\frac{a^2+4}{4}$ 이므로

중심의 좌표는 $\mathrm{C}\left(-\frac{a}{2},\ 1\right)$

반지름의 길이는 $\frac{\sqrt{a^2+4}}{2}$

$\therefore a=-2$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다

8. 이차방정식 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 이 원을 나타내도록 상수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k < -5$ ② $k > -5$ ③ $-5 < k < 5$

④ $k < \sqrt{5}$ ⑤ $k > -\sqrt{5}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 을 표준형으로 고치면,

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = k + 5$

이 때, $k + 5 > 0$ 이어야 하므로 $k > -5$

9. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$ ② $y = -x \pm 3$ ③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$y = mx \pm r\sqrt{1 + m^2}$ 에서

$y = -x \pm 2\sqrt{1 + 1}$

$\therefore\ y = -x \pm 2\sqrt{2}$

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 5\}$ ③ $\{2, 3, 5\}$

④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

11. $a > 0$일 때, $2a + \dfrac{1}{2a}$의 최솟값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$a > 0$이므로 $2a > 0$산술기하평균의 관계로부터

$$2a + \frac{1}{2a} \geq 2 \cdot \sqrt{2a \cdot \frac{1}{2a}} = 2$$

12. $x^2+y^2+4x-8y+16=0$ 밖의 점 $(a,\ a)$ 로부터 이 원에 그은 접선의 길이가 $\sqrt{14}$ 가 되도록 a 의 값을정하면?

① -1　　② 1　　③ -2 또는 -4

④ 2 또는 4　　⑤ 1 또는 2

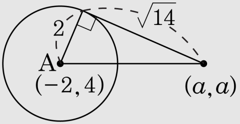
해설

준식$= x^2+4x+y^2-8y+16=0$

$\rightarrow\ (x+2)^2+(y-4)^2=4\cdots$ ㉠

점 $(a,\ a)$ 로부터

㉠에 그은 접선의 길이를 l 이라 하면



$l^2=14=(a+2)^2+(a-4)^2-4$

$\rightarrow\ a^2+4a+4+a^2-8a+16-4-14=0$

$\rightarrow\ 2a^2-4a+2=0\ \rightarrow\ a^2-2a+1=0$

$\rightarrow\ (a-1)^2=0$

$\therefore\ a=1$

13. 원 $x^2+y^2-8y-9=0$ 위의 점 P에서 직선 $3x-4y-24=0$까지의 거리의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2+y^2-8y-9=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2+(y-4)^2=5^2$ 이므로
원의 중심은 $(0,\ 4)$ 이고, 반지름은 5 이다.
그런데 중심 $(0,\ 4)$ 에서 직선 $3x-4y-24=0$까지의 거리를 d 라 하면

$$d=\frac{|3\cdot 0-4\cdot 4-24|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{40}{5}=8$$

따라서 구하는 최소거리는
$d-$(원의 반지름)$=8-5=3$

14. $U = \{x | x$는 12 이하의 짝수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 4\}$, $B - A = \{8, 10\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 에 대하여 집합 A 는?

① $\{2, 6\}$ ② $\{4, 6\}$ ③ $\{2, 4, 6\}$

④ $\{6, 8, 10\}$ ⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

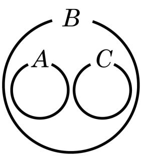
$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $A - B = \{2, 4\}$, $B - A = \{8, 10\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 이므로 $A \cap B = \{6\}$ 이다.
따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 6\}$ 이다.

15. 다음의 두 명제 p, q 가 참일 때,

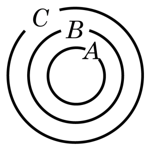
p : $x \in A$ 이면 $x \in B$ 이다. q : $x \notin C$ 이면 $x \notin B$ 이다.

세 집합 A, B, C 사이의 포함관계를 벤다이어그램으로 옳게 나타낸 것은?

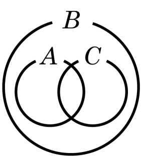
①



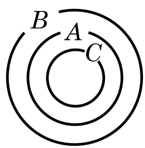
②



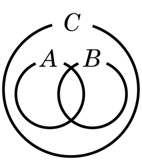
③



④



⑤



해설

조건 p : $A \subset B$ 조건, q : $C^c \subset B^c \leftrightarrow B \subset C$ $\therefore$ $A \subset B \subset C$

16. 다음 ( )에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ( )조건이다 평행사변형은 직사각형이기 위한 ( )조건이다.

▶ 답 : ______조건

▶ 답 : ______조건

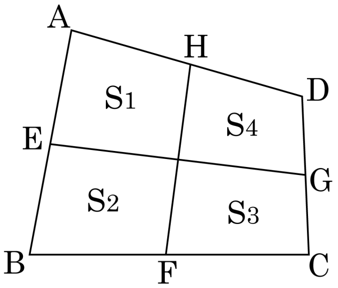
▷ 정답 : 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

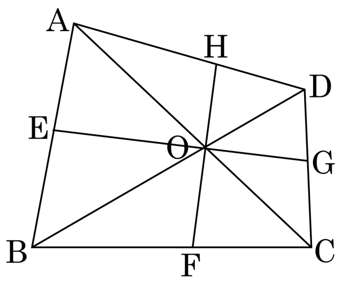
해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

17. 다음 그림과 같이 내각의 크기가 모두 180° 보다 작은 사각형 ABCD 가 있다.



네 변 AB, BC, CD, DA 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 에 의하여 나누어진 사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 할 때, 다음은 S_1, S_2, S_3, S_4 사이의 관계를 찾는 과정이다.

> $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면,
>
> 
>
>
> 점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로, $\triangle OAE = \boxed{(가)}$
> 또한, 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로, $\triangle OBF = \boxed{(나)}$
> 따라서 $S_2 = \triangle OAE + \boxed{(나)}$
> 같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG$ ∴ $\boxed{(다)}$

위의 과정에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

② (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

③ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

④ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

⑤ (가) $\triangle OCG$ (나) $\triangle ODH$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

해설

$\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면
점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로
$\triangle OAE = \triangle OBE$
또한 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로
$\triangle OBF = \triangle OCF$
∴ $S_2 = \triangle OAE + \triangle OCF$
같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG$
∴ $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

18. 집합 $A_{15} = \{x \mid x$는 15의 배수$\}$, 집합 $A_b = \{x \mid x$는 b의 배수$\}$ 라고 할 때, $A_{15} \subset A_b$ 를 만족하게 하는 자연수 b 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 15

해설

15 의 약수인 1, 3, 5, 15 가 들어갈 수 있다.

19. 두 집합 $A=\{3,\ 7,\ y\}$, $B=\{5,\ y+2,\ x\}$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, $y-x$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$는 $A=B$이다. 집합 A, B의 모든 원소가 같아야 하므로 $y=5$이고, 다시 집합 B를 원소나열법으로 나타내면 $B=\{5,\ 7,\ x\}$이고 $x=3$이다.
따라서 $y-x=5-3=2$이다.

20. 세 집합 $A = \{x | -3 \le x \le 6\}$, $B = \{x \mid x \le a\}$, $C = \left\{x \;\middle|\; -\frac{1}{2} \le x \le b\right\}$ 에 대하여, A 는 C 이기 위한 필요조건이고, A 는 B 이기위한 충분조건일 때, a 의 최솟값을 M, b 의 최댓값을 n 라고 하면 $2M - n^2$ 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 0 ④ 12 ⑤ 24

해설

i) $C \subset A$ 조건에 만족하려면 $b \le 6$
$\therefore b$ 의 최댓값, $n = 6$
ii) $A \subset B$ 조건에 만족하려면 $a \ge 6$
$\therefore a$ 의 최솟값, $M = 6 \Rightarrow 2M - n^2 = -24$