

1. 세 점 A(-1, 4), B(0, 1), C(a, -5)가 한 직선 위에 있도록 a 의 값을 정하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

한 직선위에 있으려면 기울기가 같아야 한다.

$$\therefore \frac{4-1}{-1-0} = \frac{1-(-5)}{0-a}$$

$$\Rightarrow a = 2$$

2. 원점 O에서 직선 L : $ax - y + 1 = 0$ 에 내린 수선의 길이가 $\frac{1}{3}$ 일 때
음수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 3$$

$$a^2 = 8$$

$$\therefore a = -2\sqrt{2} (\because a < 0)$$

3. $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1\} \subset A$

② $\{1, 2, 0\} \subset A$

③ $\{0\} \subset A$

④ $0 \subset A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 집합 A 의 원소이므로 $\in$ 기호를 이용하여 나타내어야 한다.

4. 다음은 수진, 영우, 희망이가 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 두 집합사이의 관계를 표현한 것이다. 바르게 표현한 사람은 누구인지 말하여라.

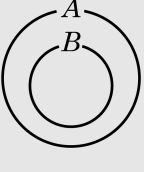
수진 : $A - B = \emptyset$
영우 : $A \cap B = A$
희망 : $B - A = \emptyset$

▶ 답 :

▶ 정답 : 희망

해설

$B \subset A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.
따라서 $B - A = \emptyset, A \cap B = B$ 이다.



5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

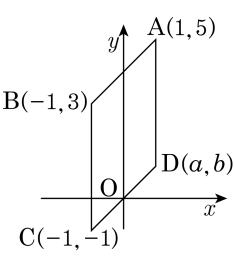
평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.

$$\therefore, \left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = \left(\frac{-1 + a}{2}, \frac{3 + b}{2} \right)$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore ab = 1$$



6. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0, 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의
거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

7. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 + ax - 2y = 0$ 이 중심이 $C(1, 1)$ 인 원을 나타낼 때, 이 원의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 + ax - 2y = 0 \text{ 을 표준형으로 고치면 } \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{a^2 + 4}{4} \text{ 이므로}$$

$$\text{중심의 좌표는 } C\left(-\frac{a}{2}, 1\right)$$

$$\text{반지름의 길이는 } \frac{\sqrt{a^2 + 4}}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다

8. 이차방정식 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 이 원을 나타내도록 상수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k < -5$

② $k > -5$

③ $-5 < k < 5$

④ $k < \sqrt{5}$

⑤ $k > -\sqrt{5}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 을 표준형으로 고치면,

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = k+5$$

이 때, $k+5 > 0$ 이어야 하므로 $k > -5$

9. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$ ② $y = -x \pm 3$ ③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$ 에서

$$y = -x \pm 2\sqrt{1+1}$$

$$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$$

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 3\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 3, 5\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

11. $a > 0$ 일 때, $2a + \frac{1}{2a}$ 의 최솟값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$a > 0$ 이므로 $2a > 0$ 산술기하평균의 관계로부터

$$2a + \frac{1}{2a} \geq 2 \cdot \sqrt{2a \cdot \frac{1}{2a}} = 2$$

12. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 16 = 0$ 밖의 점 (a, a) 로부터 이 원에 그은 접선의 길이가 $\sqrt{14}$ 가 되도록 a 의 값을정하면?

① -1

② 1

③ -2 또는 -4

④ 2 또는 4

⑤ 1 또는 2

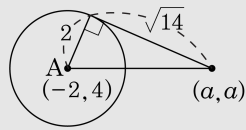
해설

$$\text{준식} = x^2 + 4x + y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$\rightarrow (x+2)^2 + (y-4)^2 = 4 \cdots \text{㉠}$$

점 (a, a) 로부터

㉠에 그은 접선의 길이를 l 이라 하면



$$l^2 = 14 = (a+2)^2 + (a-4)^2 - 4$$

$$\rightarrow a^2 + 4a + 4 + a^2 - 8a + 16 - 4 - 14 = 0$$

$$\rightarrow 2a^2 - 4a + 2 = 0 \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$\rightarrow (a-1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

13. 원 $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$ 위의 점 P에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - 4)^2 = 5^2 \text{ 이므로}$$

원의 중심은 (0, 4) 이고, 반지름은 5이다.

그런데 중심 (0, 4)에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 4 - 24|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{40}{5} = 8$$

따라서 구하는 최소거리는

$$d - (\text{원의 반지름}) = 8 - 5 = 3$$

14. $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 짝수}\}$ 의
두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 4\}, B - A = \{8, 10\}, A^c \cap B^c = \{12\}$ 에 대하여 집합 A 는?

- ① $\{2, 6\}$ ② $\{4, 6\}$ ③ $\{2, 4, 6\}$
④ $\{6, 8, 10\}$ ⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

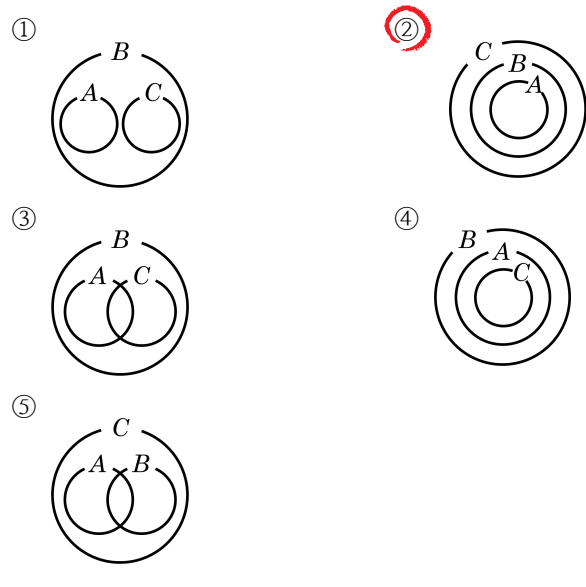
$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, A - B = \{2, 4\}, B - A = \{8, 10\}, A^c \cap B^c = \{12\}$ 이므로 $A \cap B = \{6\}$ 이다.

따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 6\}$ 이다.

15. 다음의 두 명제 p, q 가 참일 때,

$p : x \in A \text{ 이면 } x \in B \text{ 이다.}$ $q : x \notin C \text{ 이면 } x \notin B \text{ 이다.}$

세 집합 A, B, C 사이의 포함관계를 벤다이어그램으로 옳게 나타낸 것은?



해설

조건 $p : A \subset B$ 조건, $q : C^c \subset B^c \Leftrightarrow B \subset C \therefore A \subset B \subset C$

16. 다음 ()에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ()조건이다. $xy = 2$ 는 $x^2 + y^2 = 5$ 이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▶ 답: 조건

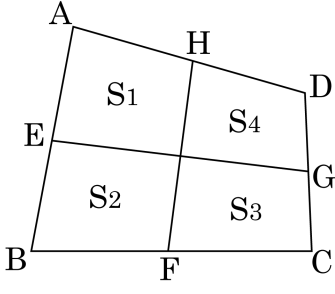
▷ 정답: 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

17. 다음 그림과 같이 내각의 크기가 모두 180° 보다 작은 사각형 ABCD가 있다.



네 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 에 의하여 나누어진 사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 할 때, 다음은 S_1, S_2, S_3, S_4 사이의 관계를 찾는 과정이다.

$\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면,

점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로, $\triangle OAE = \boxed{\text{(가)}}$
또한, 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로, $\triangle OBF = \boxed{\text{(나)}}$
따라서 $S_2 = \triangle OAE + \boxed{\text{(나)}}$
같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG \therefore \boxed{\text{(다)}}$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- ① (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$
 ② (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$
 ③ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$
 ④ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$
 ⑤ (가) $\triangle OCG$ (나) $\triangle ODH$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

해설

$\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면
점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로
 $\triangle OAE = \triangle OBE$
또한 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로
 $\triangle OBF = \triangle OCF$
 $\therefore S_2 = \triangle OAE + \triangle OCF$
같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG$
 $\therefore S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

18. 집합 $A_{15} = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$, 집합 $A_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 배수}\}$ 라고 할 때, $A_{15} \subset A_b$ 를 만족하게 하는 자연수 b 를 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 1
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 5
- ▷ 정답 : 15

해설

15 의 약수인 1, 3, 5, 15 가 들어갈 수 있다.

19. 두 집합 $A = \{3, 7, y\}$, $B = \{5, y + 2, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 하므로 $y = 5$ 이고, 다시 집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{5, 7, x\}$ 이고 $x = 3$ 이다.
따라서 $y - x = 5 - 3 = 2$ 이다.

20. 세 집합 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 6\}$, $B = \{x \mid x \leq a\}$, $C = \left\{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq b\right\}$ 에 대하여, A 는 C 이기 위한 필요조건이고, A 는 B 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최솟값을 M , b 의 최댓값을 n 라고 하면 $2M - n^2$ 의 값은?

- ① -24 ② -12 ③ 0 ④ 12 ⑤ 24

해설

i) $C \subset A$ 조건에 만족하려면 $b \leq 6$
 $\therefore b$ 의 최댓값, $n = 6$
ii) $A \subset B$ 조건에 만족하려면 $a \geq 6$
 $\therefore a$ 의 최솟값, $M = 6 \Rightarrow 2M - n^2 = -24$