

1. 다음 $x^2 - 6x + a = (x - b)^2$ 을 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 27$

해설

$$x^2 - 6x + a = (x - b)^2$$

$$(x - 3)^2 = (x - b)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - b)^2$$

$$\therefore a = 9, b = 3$$

2. 다음 중 $8x^2y - 4xy$ 의 인수가 아닌 것은?

① $xy(2x - 1)$

② $4x$

③ $4y$

④ $x(2x - 1)$

⑤ $y(2x + 1)$

해설

$$8x^2y - 4xy = 4xy(2x - 1)$$

3. $x + y = \sqrt{3}$, $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - y^2 + 4x - 4y$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{6} + 4\sqrt{2}$

② $\sqrt{6} - 4\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{6} + \sqrt{2}$

④ $3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{6} - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4x - 4y &= (x + y)(x - y) + 4(x - y) \\&= (x - y)(x + y + 4) \\&= \sqrt{2}(\sqrt{3} + 4) \\&= \sqrt{6} + 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

4. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $ma + mb - m = m(a + b)$

② $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

③ $-4a^2 + 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

해설

① $ma + mb - m = m(a + b - 1)$

③ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (2x - 3y)(x - y)$

5. 양수 A, B, C 에 대해서 다음 식들은 완전제곱식으로 인수분해가 된다.
 $2A - B + 2C$ 를 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} 4x^2 + Ax + 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9x^2 - Bx + 4$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \frac{1}{4}x^2 + Cx + 4$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} 4x^2 + Ax + 1 = (2x + 1)^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9x^2 - Bx + 4 = (3x - 2)^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \frac{1}{4}x^2 + Cx + 4 = \left(\frac{1}{2}x + 2\right)^2$$

이므로 $A = 4, B = 12, C = 2$

$$\therefore 2A - B + 2C = 8 - 12 + 4 = 0$$

6. $x^2 - 6x + 8$ 과 $3x^2 - 7x + 2$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 2$

해설

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2)$$

$$3x^2 - 7x + 2 = (3x - 1)(x - 2)$$

공통인 인수는 : $x - 2$

7. $x-4$ 가 두 다항식 $x^2 + ax + 40$, $3x^2 - 10x + b$ 의 공통인 인수일 때,
 $a-b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 6

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

$$x^2 + ax + 40 = (x-4)(x-10)$$

$$\therefore a = -14$$

$$3x^2 - 10x + b = (x-4)(3x+2)$$

$$\therefore b = -8$$

$$\therefore a-b = -14 - (-8) = -6$$

8. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

㉠ $a^2 + 1$

㉡ $a^2 - 1$

㉢ $a + 1$

㉣ $a - 1$

㉤ $a^3 + 1$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned}a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a - 1) - (a - 1) \\&= (a^2 - 1)(a - 1) \\&= (a - 1)^2(a + 1)\end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수인 것은 ㉡, ㉢, ㉣이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

9. $x^2 + Ax - 24 = (x + B)(x + C)$ 일 때, A 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수)

① 23

② -10

③ 5

④ -3

⑤ 2

해설

$$x^2 + Ax - 24 = x^2 + (B + C)x + BC$$

$$A = B + C, BC = -24$$

두 정수를 곱해서 24 가 되는 경우는

$1 \times 24, 2 \times 12, 3 \times 8, 4 \times 6$ 이다.

그런데 곱해서 -24 가 되므로 각 경우마다 한 수는 양수, 다른 수는 음수가 되어야 한다.

따라서 $A = B + C$ 가 될 수 있는 수는 각 경우의 두 수의 차만큼이다.

$$\therefore A = \pm 23, \pm 10, \pm 5, \pm 2$$

10. 두 식 $x^2 + ax - 6$ 과 $3x^2 - 5x + b$ 의 공통인 인수가 $(x - 2)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} \text{(i) } x^2 + ax - 6 &= (x - 2)(x + \alpha) \\ &= x^2 + (\alpha - 2)x - 2\alpha \text{ 에서} \end{aligned}$$

$$\alpha - 2 = a, \quad -2\alpha = -6$$

$$\alpha = 3, \quad a = \alpha - 2 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } 3x^2 - 5x + b &= (x - 2)(3x + \beta) \\ &= 3x^2 + (\beta - 6)x - 2\beta \text{ 에서} \end{aligned}$$

$$\beta - 6 = -5, \quad \beta = 1$$

$$b = -2\beta = -2$$

$$\therefore a + b = 1 + (-2) = -1$$

11. 다음은 $5x + y$ 를 A 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? (단, $a > b$)

$$\begin{aligned}(5x + y)(5x + y - 3) - 18 \\&= A(A - 3) - 18 \\&= A^2 - 3A - 18 = (5x + y + a)(5x + y + b)\end{aligned}$$

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$5x + y = A$ 로 치환하면

$$(5x + y)(5x + y - 3) - 18$$

$$= A(A - 3) - 18$$

$$= A^2 - 3A - 18$$

$$= (A + 3)(A - 6)$$

$$= (5x + y + 3)(5x + y - 6)$$

따라서, $a = 3, b = -6$ 이므로 $a - b = 9$ 이다.

12. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$

② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$

③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$

④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$

⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

13. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

14. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)^2}{(a + b)^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

15. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.