

1. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

- ① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

2. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)
- ① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$
 - ② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$
 - ③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$
 - ④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$
 - ⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$
$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$

- ① 1 개
- ② 3 개
- ③ 5 개
- ④ 7 개
- ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^2 = -1$

② $x^2 = -4$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-9} = 3i$

④ 2는 복소수이다.

⑤ $a + bi$ 에서 $b = 0$ 이면 실수이다. (단, a, b 는 실수)

해설

④ $2 = 2 + 0 \cdot i$ 이므로 복소수이다.

5. 등식 $(x-2) + (2y+3)i = -7i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x-2 &= 0, \quad 2y+3 = -7 \\ \therefore x &= 2, \quad y = -5 \end{aligned}$$

6. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$ 을 계산하면?

- ① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} (3\sqrt{2}i - 6\sqrt{2}i + 4\sqrt{2}i) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

7. $x = 2 - \sqrt{3}i$, $y = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\&= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\&= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \cdot 7 \\&= 16 - 14 \\&= 2\end{aligned}$$

8. $\alpha = 1 + i, \beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

- ① 0 ② 3 ③ $7 - 2i$ ④ $7 - i$ ⑤ $7 + i$

해설

$$\begin{aligned} &\alpha = 1 + i, \beta = 2 - i \text{ 에서 } \bar{\alpha} = 1 - i, \bar{\beta} = 2 + i \text{ 이므로} \\ &\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ &= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i) \\ &= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i) \\ &= 7 - i \end{aligned}$$

9. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

10. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

11. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

㉠ -1 ㉡ 0 ㉢ 1 ㉣ 2 ㉤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$$

$$= 2k - 2i - 2ki$$

$$= 2k - (2 + 2k)i$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

12. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

-2, $-\sqrt{2}$, $2i$, $-2i$,
 $3i$, $-3i$, $1-i$, $1+i$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.
 $\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,
 $2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로
 $(\text{실수})^2 \geq 0, (1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

13. $i + i^3 + i^5 + i^7 + \cdots + i^{101} = a + bi$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) $= i - i + i - i + \cdots + i = i$ 이므로

$i = a + bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

14. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

15. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.

16. $\frac{2004^3 - 2003^3 - 1}{2003 \times 2004}$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

2003 = x 라 두면 $2004 = x + 1$

$$\text{(준 식)} = \frac{(x+1)^3 - x^3 - 1}{x(x+1)}$$

$$= \frac{3x(x+1)}{x(x+1)} = 3$$

17. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

18. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i$, $\bar{z} = -3i$

$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$

19. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$$\begin{aligned} i^4 &= 1 \text{ 이므로} \\ \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots \\ &= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= -i - 1 + i + 1 = 0 \\ \therefore (\text{준식}) &= 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} \\ &= 1 - i - 1 = -i \end{aligned}$$

20. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}i}{2}$ 에 대하여 복소수 $w = \frac{z+1}{3z-2}$ 일 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} z + \bar{z} &= 1, \quad z\bar{z} = 2 \\ w\bar{w} &= \frac{z+1}{3z-2} \times \frac{\bar{z}+1}{3\bar{z}-2} \\ &= \frac{z\bar{z} + (z + \bar{z}) + 1}{9z\bar{z} - 6(z + \bar{z}) + 4} \\ &= \frac{2 + 1 + 1}{18 - 6 + 4} \\ &= \frac{4}{6} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

21. $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$ 를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(a + b - c - d)(a - b + c + d)$

② $(a + b + c + d)(a - b + c - d)$

③ $(a + b + c - d)(a - b + c + d)$

④ $(a - b + c - d)(a - b + c + d)$

⑤ $(a + b + c + d)(a - b - c + d)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd) \\ &= (a^2 + 2ac + c^2) - (b^2 - 2bd + d^2) \\ &= (a + c)^2 - (b - d)^2 \\ &= (a + b + c - d)(a - b + c + d) \end{aligned}$$

22. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
- ④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= b(b+2c) + (c+a)(c-a) \text{에서} \\ & \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2 \\ & a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc \\ & 2a^2 = 2b^2 + 2c^2 \\ & \therefore a^2 = b^2 + c^2 \end{aligned}$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

23. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ 을 이용하여 $\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

해설

9999 = a 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a - 1)a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$

24. 양의 실수 a, b 에 대하여 다음 복소수 중 $z = a(1+i) + b(1-i)$ (i 는 허수단위)의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

- ① $-3+i$
- ② $2+3i$
- ③ $5-2i$
- ④ $1-3i$
- ⑤ $-4-2i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i \in A \ (a > 0, b > 0)$

- ① $a+b = -3, a-b = 1$
 $\therefore a = -1, b = -2$ (부적당)
- ② $a+b = 2, a-b = 3$
 $\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2}$ (부적당)
- ③ $a+b = 5, a-b = -2$
 $\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{7}{2}$ (양의 실수)
- ④ $a+b = 1, a-b = -3$
 $\therefore a = -1, b = 2$ (부적당)
- ⑤ $a+b = -4, a-b = -2$
 $\therefore a = -3, b = -1$ (부적당)

25. $x = \frac{1+3i}{1+i}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 4x + 1$ 의 값은?

① $1+i$

② $1-i$

③ $-1+i$

④ $-1-i$

⑤ 1

해설

$$x = 2 + i$$

$$(x-2)^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x = -5$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(x^2 - 4x) + 4x + 1 \\ &= -5x + 4x + 1 \\ &= -x + 1 \\ &= -1 - i\end{aligned}$$