

1. 다음 다항식이 완전제곱식이 되도록 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \square$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{16}$

해설

$x^2 + px + q$ 일 때, p 의 $\frac{1}{2}$ 의 제곱은 q 와 같다. $q = \left(\frac{1}{2}p\right)^2$

따라서 $\frac{1}{2}$ 의 절반의 제곱은 $\frac{1}{16}$ 이다.

2. 다음이 완전제곱식이 되도록 안에 알맞은 것을 써라.

$$\frac{1}{25}x^2 + \square + \frac{25}{4}y^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $\pm xy$

해설

$$\frac{1}{25}x^2 + \square + \frac{25}{4}y^2 = \left(\frac{1}{5}x \pm \frac{5}{2}y\right)^2 \text{ 이므로 } \square = \pm xy$$

3. $20x^2 + 22x + A = (4x + B)(Cx + 3)$ 일 때, ABC 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 40 ② 60 ③ 70 ④ 90 ⑤ 100

해설

$$(4x + B)(Cx + 3) = 4Cx^2 + (12 + BC)x + 3B$$

$$4C = 20, \therefore C = 5$$

$$12 + BC = 22, \therefore B = 2$$

$$A = 3B, \therefore A = 6$$

$$\therefore ABC = 60$$

4. 다음 중 인수분해가 바르게 된 것은?

① $4a^2 - 2ab = 2a(a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x + 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = (x + 1)(-x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 2)(x - 6)$

⑤ $10x^2 + 23x - 21 = (x + 3)(10x - 7)$

해설

① $4a^2 - 2ab = 2a(2a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x - 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = -(x + 1)(x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

5. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x - 1$

② $2x - 3$

③ $x + 3$

④ $2x + 3$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

6. $2x^2 + ax + b$ 을 인수분해하면 $(2x+1)(x+1)$ 이 된다. 이때, $a+b$ 을 구하면?

① -5 ② 5 ③ 7 ④ -4 ⑤ 4

해설

$$(2x+1)(x+1) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$a = 3, b = 1 \quad \therefore a + b = 4$$

7. 다음 다항식이 $x+3y$ 를 인수로 가질 때, 이 다항식의 다른 한 인수는?

$$2x^2 + 10xy + my^2$$

- ① $x+y$ ② $2x+y$ ③ $2x+2y$
④ $x+3y$ ⑤ $2x+4y$

해설

$$2x^2 + 10xy + my^2 = (x+3y)(2x+ky) \\ = 2x^2 + (k+6)y + 3ky^2$$

$$k+6=10, k=4$$

$$m=3k=12$$

$2x^2 + 10xy + my^2 = (x+3y)(2x+4y)$ 이므로 다른 한 인수는 $2x+4y$ 이다.

8. 다음 중 $x^3y - xy^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① x ② x^2y ③ $xy(x-y)$
④ $x^2 - y^2$ ⑤ $x(x+y)$

해설

$$x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) = xy(x+y)(x-y)$$

9. $3x-2$ 이 $3x^2-ax+8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - ax + 8 &= (3x-2)(x+p) \\ &= 3x^2 + 3px - 2x - 2p \\ &= 3x^2 + (3p-2)x - 2p \end{aligned}$$

$-2p = 8$, $p = -4$ 이고,
 $3p - 2 = -a$, $a = 14$ 이다.

10. $-3 < x < -2$ 일 때, $\sqrt{x^2+6x+9} - 2\sqrt{x^2+4x+4} + \sqrt{x^2}$ 을 구하면?

① $-2x-1$

② $2x+7$

③ -1

④ $4x+7$

⑤ $4x-1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+3)^2} - 2\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} \\ &= |x+3| - 2|x+2| + |x| \\ &= x+3 + 2x+4 - x \\ &= 2x+7 \end{aligned}$$

11. 정수 a 에 대해서 $a^2 + 6a - 27$ 의 절댓값이 소수이다. a 가 될 수 있는 정수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$a^2 + 6a - 27 = (a + 9)(a - 3)$ 의 절댓값이 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 4, 2, -8, -10이다.
따라서 합은 -12이다.

12. 이차식 $ax^2 + bx + c$ 를 인수분해 하는데 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $2(x+1)(x-5)$ 가 되었고, 진영이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $(2x+5)(x-3)$ 이 되었다.

다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(2x-5)(x+2)$ ② $2(x+1)^2$
③ $(x-2)(x+2)$ ④ $(x-2)(x+3)$
⑤ $(2x-4)(x+5)$

해설

민수는 $2(x+1)(x-5)$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고,
진영이는 $(2x+5)(x-3)$ 에서 x 의 계수 -1 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2 - x - 10 = (2x-5)(x+2)$ 이다.

13. 평행사변형의 넓이가 $2x^2 + 5x + 2$ 이고 밑변의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 높이는?

① $x + 2$

② $x - 2$

③ $2x - 1$

④ $x - 1$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

따라서 높이는 $x + 2$ 이다.

14. $(3x+1)^2 - 4(2x-3)^2 = -(7x+a)(x-b)$ 일 때, $2a+b$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} 3x+1 &= X, \quad 2x-3 = Y \text{로 치환하면} \\ X^2 - 4Y^2 &= (X+2Y)(X-2Y) \\ &= (3x+1+4x-6)(3x+1-4x+6) \\ &= -(7x-5)(x-7) \\ \therefore a &= -5, \quad b = 7 \\ \therefore 2a+b &= 2 \times (-5) + 7 = -3 \end{aligned}$$

15. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7) + a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5) + a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20) + a\end{aligned}$$

$x^2+9x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20) + a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$

$$17^2 = 280 + a$$

$$\therefore a = 9$$

16. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 3$

③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$

⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

17. $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때, $a^4 - \frac{1}{a^4}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $135\sqrt{29}$

해설

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 25$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 29$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$$

$$\begin{aligned}\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right) &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 \\ &= 135\sqrt{29}\end{aligned}$$

18. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1 = a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

19. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x-1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x-1)(y-1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x+1)(y-2)$

④ $x^2(x+1) - 4(x+1) = (x+1)(x+2)(x-2)$

⑤ $a(b+1) - (b+1) = (1-a)(1+b)$

해설

⑤ $a(b+1) - (b+1) = (a-1)(b+1)$

21. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

22. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$
 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

23. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$ ② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$

③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$ ④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$

⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

24. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$(a-1)^2 - 4b^2 = 33 \text{ 에서}$$

$$(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$$

$a > 2b > 0$ 이므로

$$33 \times 1 = 33 \text{ 또는 } 11 \times 3 = 33$$

따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2개 존재한다.

25. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, 6ab + 2 = -4, a > b$$

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 = 9, 6ab + 2 = -4, a > b \text{ 에서} \\ ab = -1, a^2 + b^2 = 7 \\ (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9 \\ \therefore a - b = 3 \\ \therefore (a - b - 1)^2 \\ = a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab \\ = 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4 \end{aligned}$$