

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 합성수는 모두 짝수이다.
- ㉡ 3의 배수 중 소수는 1개뿐이다.
- ㉢ 2는 가장 작은 소수이다.
- ㉣ 짝수인 소수는 2뿐이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ 15는 합성수이지만 홀수이다.

2. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 3
- ② 5
- ③ $3^2 \times 5$
- ④ $3^2 \times 5^2$
- ⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

3. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12의 약수와 같다.
12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 6개이다.

4. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{32}{7}$ ② $\frac{36}{7}$ ③ $\frac{40}{7}$ ④ $\frac{41}{7}$ ⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$a = 40, b = 7$ 이므로 $\frac{a}{b} = \frac{40}{7}$

5. 두 자연수 A, B 가 있다. A 를 B 로 나누었을 때의 몫이 8, 나머지가 7 이었다. A 를 2 로 나누었을 때의 나머지는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$A = 8 \times B + 7 = 2 \times b \times 4 + 2 \times 3 + 1$ 이므로 나머지는 1 이다.

6. x 는 108의 소인수이고, y 는 147의 소인수일 때, x, y 의 값을 모두 구하면?

① $x = 2, y = 3$

② $x = 2, 3, y = 3$

③ $x = 2, 3, y = 3, 5$

④ $x = 2, 3, y = 3, 7$

⑤ $x = 3, 4, y = 3, 8$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로
 $x = 2, 3$, $y = 3, 7$ 이다.

7. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$	㉡ $2^4 \times 5^2$
㉢ $2 \times 3 \times 7$	㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$
㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$	

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠

⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

8. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10 보다 작은 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15 와 어떤 수의 공약수가 개수가 1 개, 즉 서로소이므로 어떤 수는 10 미만의 자연수 중 3 과 5 의 배수가 아닌 수이므로 1, 2, 4, 7, 8 이다.

따라서 어떤수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22 이다.

9. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108	126
-----	-----

- ① 2×3
- ② $2^2 \times 3$
- ③ $2^2 \times 3^2$
- ④ 2×3^2
- ⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

$$108=2^2 \times 3^3$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$$126=2 \times 3^2 \times 7$$

따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

10. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{)108 \ 120 \ 96} \\ 3 \overline{)27 \ 30 \ 24} \\ \underline{9 \ 10 \ 8} \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

11. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

- ① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맸다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

2)120 180

2) 60 90

3) 30 45

5) 10 15

2 3

$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$

12. 두 자연수 12, 16 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 두 자리의 자연수들의 합을 구하면?

① 28 ② 48 ③ 96 ④ 144 ⑤ 150

해설

12, 16으로 나누면 3이 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x-3$ 은 12, 16의 공배수이다.

12, 16의 최소공배수는 48이므로 $x-3$ 은 48, 96, 144, $\dots$ 이다.

이 중 두 자리의 자연수는 48, 96 이다.

따라서 x 는 51, 99이므로 합은 $51+99=150$

13. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a , b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$2^5 \times 3,$ $2^3 \times 3 \times 5,$ $2^4 \times 3^2 \times 7$

- ① 400
- ② 410
- ③ 420
- ④ 430
- ⑤ 440

해설

$$\begin{array}{r} 2^5 \times 3 \\ 2^3 \times 3 \times 5 \\ \hline 2^4 \times 3^2 \times 7 \end{array}$$

최대공약수 : $2^3 \times 3 = a$

최소공배수 : $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = b$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

14. $\frac{n}{2}$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{3}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 432

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $\frac{n}{2}$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 네 번 곱해져 있고, $\frac{n}{3}$ 이 제곱이므로 n 은 3 이 세 번 곱해져 있다.
 $\therefore n = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432$

15. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11}
풀이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 풀이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 풀이어야
하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.