1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7)=x^2-7x$ ② $3x(x+2)=2x^2+x+1$

③ $(x+4)^2=2x^2+2x+1$ ④ $(x+1)^2-3(x+1)=28$

⑤ $(x-1)(x+3)=3$

해설

① $x(x-7)=x^2-7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
$x(x-7)-x^2-7x=0$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$2a - 3 = 0,\ a = \frac{3}{2}$

3. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$을 풀면?

① $x=-2$ 또는 $x=-3$
② $x=-2$ 또는 $x=3$
③ $x=2$ 또는 $x=3$
④ $x=2$ 또는 $x=-3$
⑤ $x=0$ 또는 $x=3$

해설

$x+2=0$ 또는 $x-3=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=3$

4. $x^2+6x+9=0$ 을 풀면?

① $x=-2$ (중근) ② $x=-3$ (중근) ③ $x=5$ (중근)

④ $x=1$ (중근) ⑤ $x=3$ (중근)

해설

$(x+3)^2=0$

$\therefore x=-3$(중근)

5. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n-m$ 의 값을 구하여라.

$x^2-6x=m,\ (x-5)^2=n$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2-6x-m=0$ 이 중근을 가지려면 $(x-3)^2=0$ 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ -m=9,\ m=-9$

$(x-5)^2=n$ 이 중근을 가지려면 $n=0$ 이어야 한다.

$\therefore\ n-m=0-(-9)=9$

6. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

두 근을 α, $\alpha - 5$ 이라 하면
$\alpha + \alpha - 5 = 3$, $\alpha = 4$
$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$
$-4 = 2m - 8$
$m = 2$
$\therefore m^2 = 4$

7. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 -2, 3 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$-2 + 3 = \frac{a}{2}$ $\quad \therefore a = 2$

$(-2) \times 3 = \frac{b}{2}$ $\quad \therefore b = -12$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2$, $b = -12$ 를 대입하면

$2x^2 - 5x - 12 = 0$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

8. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이는?

① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(12-x)$ cm
또, (가로의 길이)> (세로의 길이)이므로 $x > 12-x$, 즉 $x > 6$ 이다.
$x(12-x) = 32$
$(x-4)(x-8) = 0$
$x = 4$ 또는 $x = 8$
$\therefore\ x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.
따라서 가로의 길이는 8 cm 이다.

9. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $x(x+3)=5x-1 \rightarrow x=1$ (중근)

② $0.1(x+2)(x-5)=0.2x-\frac{2}{5} \rightarrow x=1$ 또는 $x=6$

③ $(x-2)^2=2x^2-x+6 \rightarrow x=-1$ 또는 $x=-2$

④ $(x-2)(x-3)=2x^2 \rightarrow x=1$ 또는 $x=-6$

⑤ $(2x+3)^2=3x^2+4x-6 \rightarrow x=-5$ 또는 $x=-3$

해설

② 양변에 10 을 곱하고, $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고치면
$x^2-5x-6=0$
$(x-6)(x+1)=0$
따라서 $x=-1$ 또는 $x=6$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 8a = 0$ 의 한 근이 8 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ a 의 값은 6 이다.

㉡ 다른 한 근을 b 라고 하면, $a + b = 8$ 이다.

㉢ 다른 한 근은 음수이다.

㉣ 다른 한 근은 $8x - 16 = 0$ 의 근이다.

㉤ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $p = -6,\ q = 4$ 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

주어진 한 근 $x = 8$ 을 대입하면

$64 - 24a + 8a = 0$

$\therefore\ a = 4$

따라서 주어진 식은 $x^2 - 12x + 32 = 0$

$(x - 4)(x - 8) = 0$

$x = 4$ 또는 $x = 8$

㉠ $a = 4$ ㉢ $8 > 0$ ㉣ $8 \times 4 - 16 \neq 0$ 이므로 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

11. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2$ 이다.

12. 이차방정식 A의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B의 근일 때, a의 값을 구하여라.

A : $(x+2)^2-2(x+2)-15=0$
B : $2x^2+ax-5a=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x+2=t$로 치환하면 $t^2-2t-15=0$
$(t-5)(t+3)=0$, $t=5$ 또는 $t=-3$
$t=x+2=5$, $t=x+2=-3$에서 $x=3$ 또는 $x=-5$
따라서 큰 근은 3이다.
$x=3$을 $2x^2+ax-5a=0$에 대입하면
$18+3a-5a=0$
$\therefore\ a=9$

13. 이차방정식 $x^2-(k+2)x+1=0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2-ax+a^2-1=0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2-(k+2)x+1=0$ 에서
$D=(k+2)^2-4=0,\ k^2+4k=0$
$k(k+4)=0$
$k=0,\ -4$
$x^2-ax+a^2-1=0$ 에 $x=0$ 을 대입하면
$a^2-1=0$
$a=\pm 1$
$\therefore\ a=1\ (\because a>0)$

14. 이차방정식 $x^2+8x=2x+m$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(m+6)x^2+14x-15=0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2+8x-2x-m=0$, $x^2+6x-m=0$ 가 중근을 가질 때,
$6^2-4x(-m)=0$ 에서 $m=-9$ 이다.
$-3x^2+14x-15=0$
$3x^2-14x+15=0$ 에서
두 근의 곱은 $\frac{15}{3}=5$ 이다.

15. 이차방정식 $3x^2-6x-12=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\alpha+\beta=-\frac{(-6)}{3}=2, \alpha\beta=\frac{-12}{3}=-4$$

$$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta$$

$$=4+4=8$$

16. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

두 자연수를 $x,\ x+1$ 이라고 하면
$x^2+(x+1)^2=85$
$2x^2+2x-84=0$
$x^2+x-42=0$
x는 자연수이므로 $x=6$이다.
$\therefore$ 연속하는 두 자연수는 6, 7

17. 가로, 세로의 길이가 각각 12 m, 10 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 $2x$ m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 42 m^2 가 되게 하려고 한다. 이 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$(12-2x)(10-x)=42$

$120-32x+2x^2=42$

$2x^2-32x+78=0$

$2(x^2-16x+39)=0$

$2(x-3)(x-13)=0$

$\therefore\ x=3\ (\because\ 0\le x\le 10)$

18. 이차방정식 $x^2-8x+15=0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-35=0$ ② $x^2+2x-35=0$

③ $x^2-12x+35=0$ ④ $x^2+12x+35=0$

⑤ $x^2-4x-30=0$

해설

$x^2-8x+15=0$

$(x-5)(x-3)=0$

$a=5,\ b=3$

$\therefore a+2=7,\ b+2=5$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-7)(x-5)=0$

$\therefore\ x^2-12x+35=0$

19. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$의 근에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $k = -6$이면 근이 2개이다.

② $k = -1$이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 1$이면 근이 1개이다.

⑤ $k = 3$이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

20. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 없다.

④ k 의 값에 따라 달라진다.

⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$

$\therefore\ k > -1$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0\ (\because k > -1)$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

21. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2-2x-7=0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2-3a+3)(b^2-2b+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x=a,\ x=b$를 대입하면
$a^2-3a+1=0$에서 $a^2-3a=-1$
$b^2-2b-7=0$에서 $b^2-2b=7$
$\therefore (a^2-3a+3)(b^2-2b+1)=(-1+3)(7+1)=16$

22. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
$x(x-7)=30$
$x^2-7x-30$
$(x-10)(x+3)=0$
$\therefore x=10$ ($\because x$ 는 자연수)

23. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $\dfrac{2p^3}{3p^2 - p - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 이므로

$p^2 - 2p - 1 = 0$

$\therefore\ p^2 = 2p + 1$

$p^3 = 2p^2 + p = 2(2p + 1) + p = 5p + 2$

$$\therefore\ \frac{2p^3}{3p^2 - p - 1} = \frac{2(5p + 2)}{3(2p + 1) - p - 1} = \frac{10p + 4}{5p + 2} = 2$$

24. 이차방정식 $ax^2+\frac{1}{b}x+\frac{1}{c}=0$ 의 두 근이 p, q 이고 p 는 10 보다 작은 자연수, q 는 5 의 배수이고, $p^2-q=20$을 만족할 때, $\frac{\frac{1}{a}}{b+c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{50}{3}$

해설

$p^2=20+q$ 이고 q 가 5 의 배수이므로 p^2 은 5 의 배수이다.
p 는 10 보다 작은 자연수이므로 $p=5$, $q=5$ 이다.
따라서 이차방정식은
$a(x-5)(x-5)=ax^2-10ax+25a=0$
$\therefore\ b=-\frac{1}{10a},\ c=\frac{1}{25a}$
따라서 $\frac{\frac{1}{a}}{b+c}=\frac{\frac{1}{a}}{-\frac{1}{10a}+\frac{1}{25a}}=\frac{\frac{1}{a}}{-\frac{3}{50a}}=-\frac{50}{3}$ 이다.

25. 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 높이가 $h$cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 늘렸더니 원기둥의 부피가 처음보다 21% 증가했을 때, 늘린 반지름의 길이는?

① 0.1cm ② 0.2cm ③ 0.25cm

④ 0.5cm ⑤ 1cm

해설

반지름의 늘린 길이를 x cm 라 하면
원래 원기둥의 부피는 $5^2\pi h$ cm
나중 원기둥의 부피는 $(5+x)^2\pi h$ cm
부피가 21% 증가했으므로
$(5+x)^2\pi h = 1.21 \times 5^2\pi h$
$(5+x)^2 = (1.1 \times 5)^2$
$x > 0$ 이므로 $5 + x = 5.5$
$\therefore x = 0.5$(cm)