

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7) = x^2 - 7x$

② $3x(x+2) = 2x^2 + x + 1$

③ $(x+4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

④ $(x+1)^2 - 3(x+1) = 28$

⑤ $(x-1)(x+3) = 3$

해설

① $x(x-7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $x(x-7) - x^2 - 7x = 0$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

3. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

4. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{중근})$$

5. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 6x = m, (x - 5)^2 = n$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$x^2 - 6x - m = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x - 3)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -m = 9, m = -9$$

$(x - 5)^2 = n$ 이 중근을 가지려면 $n = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore n - m = 0 - (-9) = 9$$

6. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 α , $\alpha - 5$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 5 = 3, \alpha = 4$$

$$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$$

$$-4 = 2m - 8$$

$$m = 2$$

$$\therefore m^2 = 4$$

7. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2, 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2, b = -12$ 를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

8. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

- ① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(12 - x)\text{cm}$

또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12 - x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12 - x) = 32$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로의 길이는 8cm 이다.

9. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것은?

① $x(x+3) = 5x-1 \rightarrow x=1$ (중근)

② $0.1(x+2)(x-5) = 0.2x - \frac{2}{5} \rightarrow x=1$ 또는 $x=6$

③ $(x-2)^2 = 2x^2 - x + 6 \rightarrow x=-1$ 또는 $x=-2$

④ $(x-2)(x-3) = 2x^2 \rightarrow x=1$ 또는 $x=-6$

⑤ $(2x+3)^2 = 3x^2 + 4x - 6 \rightarrow x=-5$ 또는 $x=-3$

해설

② 양변에 10 을 곱하고, $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 6$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 8a = 0$ 의 한 근이 8 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ a 의 값은 6 이다.
- ㉡ 다른 한 근을 b 라고 하면, $a + b = 8$ 이다.
- ㉢ 다른 한 근은 음수이다.
- ㉣ 다른 한 근은 $8x - 16 = 0$ 의 근이다.
- ㉤ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $p = -6$, $q = 4$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

주어진 한 근 $x = 8$ 을 대입하면

$$64 - 24a + 8a = 0$$

$$\therefore a = 4$$

따라서 주어진 식은 $x^2 - 12x + 32 = 0$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

㉠ $a = 4$ ㉢ $8 > 0$ ㉣ $8 \times 4 - 16 \neq 0$ 이므로 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

11. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}\end{aligned}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

12. 이차방정식 A 의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B 의 근일 때, a 의 값을 구하여라.

$$A: (x+2)^2 - 2(x+2) - 15 = 0$$

$$B: 2x^2 + ax - 5a = 0$$

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2 - 2t - 15 = 0$$

$$(t-5)(t+3) = 0, t=5 \text{ 또는 } t=-3$$

$$t=x+2=5, t=x+2=-3 \text{에서 } x=3 \text{ 또는 } x=-5$$

따라서 큰 근은 3이다.

$$x=3 \text{을 } 2x^2 + ax - 5a = 0 \text{에 대입하면}$$

$$18 + 3a - 5a = 0$$

$$\therefore a = 9$$

13. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - (k+2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k+4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 (\because a > 0)$$

14. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(m + 6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 + 8x - 2x - m = 0$, $x^2 + 6x - m = 0$ 가 중근을 가질 때,
 $6^2 - 4x(-m) = 0$ 에서 $m = -9$ 이다.

$$-3x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0 \text{ 에서}$$

두 근의 곱은 $\frac{15}{3} = 5$ 이다.

15. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{(-6)}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

16. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

① 8

② 7

③ 6

④ 5

⑤ 4

해설

두 자연수를 x , $x + 1$ 이라고 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 85$$

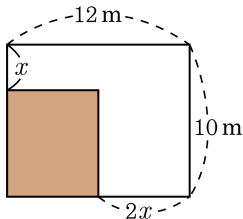
$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

$\therefore$ 연속하는 두 자연수는 6, 7

17. 가로, 세로의 길이가 각각 12m, 10m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 $2x$ m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 42m^2 가 되게 하려고 한다. 이 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(12 - 2x)(10 - x) = 42$$

$$120 - 32x + 2x^2 = 42$$

$$2x^2 - 32x + 78 = 0$$

$$2(x^2 - 16x + 39) = 0$$

$$2(x - 3)(x - 13) = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad (\because 0 \leq x \leq 10)$$

18. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-5)(x-3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a+2 = 7, b+2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

19. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

20. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0 \quad (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

21. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$

22. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

$$x(x - 7) = 30$$

$$x^2 - 7x - 30$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 10 \quad (\because x \text{ 는 자연수})$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $\frac{2p^3}{3p^2 - p - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 이므로

$$p^2 - 2p - 1 = 0$$

$$\therefore p^2 = 2p + 1$$

$$p^3 = 2p^2 + p = 2(2p + 1) + p = 5p + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2p^3}{3p^2 - p - 1} &= \frac{2(5p + 2)}{3(2p + 1) - p - 1} \\ &= \frac{10p + 4}{5p + 2} \\ &= 2\end{aligned}$$

24. 이차방정식 $ax^2 + \frac{1}{b}x + \frac{1}{c} = 0$ 의 두 근이 p, q 이고 p 는 10 보다 작은

자연수, q 는 5 의 배수이고, $p^2 - q = 20$ 을 만족할 때, $\frac{\frac{1}{a}}{b+c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{50}{3}$

해설

$p^2 = 20 + q$ 이고 q 가 5 의 배수이므로 p^2 은 5 의 배수이다.

p 는 10 보다 작은 자연수이므로 $p = 5, q = 5$ 이다.

따라서 이차방정식은

$$a(x-5)(x-5) = ax^2 - 10ax + 25a = 0$$

$$\therefore b = -\frac{1}{10a}, c = \frac{1}{25a}$$

$$\text{따라서 } \frac{\frac{1}{a}}{b+c} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{1}{10a} + \frac{1}{25a}} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{3}{50a}} = -\frac{50}{3} \text{ 이다.}$$

25. 밑면의 반지름의 길이가 5cm 이고 높이가 h cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 늘렸더니 원기둥의 부피가 처음보다 21% 증가했을 때, 늘린 반지름의 길이는?

① 0.1cm

② 0.2cm

③ 0.25cm

④ 0.5cm

⑤ 1cm

해설

반지름의 늘린 길이를 x cm 라 하면

원래 원기둥의 부피는 $5^2\pi h$ cm

나중 원기둥의 부피는 $(5+x)^2\pi h$ cm

부피가 21% 증가했으므로

$$(5+x)^2\pi h = 1.21 \times 5^2\pi h$$

$$(5+x)^2 = (1.1 \times 5)^2$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } 5+x = 5.5$$

$$\therefore x = 0.5(\text{cm})$$