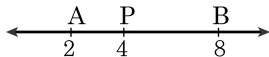


1. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여
선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는?



- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 1 : 4

해설

선분 AP 의 길이는 $4 - 2 = 2$,

선분 PB 의 길이는 $8 - 4 = 4$ 이다.

따라서 선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

2. 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 를 1 : 2 로 내분하는 점이 P(2, 3) ,
1 : 2 로 외분하는 점이 Q(-2, 7) 일 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

A(x_1 , y_1), B(x_2 , y_2) 라고 하면
P 는 내분점이고 Q 는 외분점이므로

$$\frac{x_2 + 2x_1}{1 + 2} = 2, \quad \frac{y_2 + 2y_1}{1 + 2} = 3,$$

$$\frac{-2x_1 + x_2}{1 - 2} = -2, \quad \frac{-2y_1 + y_2}{1 - 2} = 7$$

위 식을 정리하면,

$$2x_1 + x_2 = 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$2y_1 + y_2 = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$-2x_1 + x_2 = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$-2y_1 + y_2 = -7 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

①과 ③으로부터 $2x_2 = 8$

따라서 $x_2 = 4$ ①에 대입하면 $x_1 = 1$

②와 ④로부터 $2y_2 = 2$

따라서 $y_2 = 1$ ②에 대입하면 $y_1 = 4$

따라서 $\overline{AB} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (4 - 1)^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

3. 세 점 A $(-1, 1)$, B $(-3, -2)$, C $(2, -1)$ 에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

① $(4, 2)$

② $(2, 4)$

③ $(3, 5)$

④ $(5, 3)$

⑤ $(1, -5)$

해설

D (a, b) 라 두면 평행사변형의 성질로부터 대각선 $\overline{AD}$ 의 중점과 $\overline{BC}$ 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

4. 세 점 $A(0, 0)$, $B(3, 4)$, $C(-1, 0)$ 에 대하여 사각형 $ABCD$ 가 평행사변형일 때, 점 D 의 좌표는?

① $(-2, 3)$

② $(-4, -4)$

③ $(2, -1)$

④ $(1, 3)$

⑤ $(-2, -3)$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

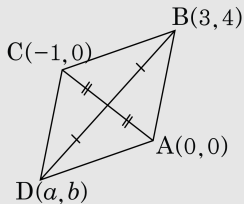
$\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.

즉, D 의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$\frac{0 + (-1)}{2} = \frac{a + 3}{2}, \quad \frac{0 + 0}{2} = \frac{b + 4}{2}$$

$$\therefore a = -4, b = -4$$

$$\therefore D(-4, -4)$$



5. $A(-1, -1), B(5, -2), C(5, 5)$ 를 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC의 중점 M과 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 차례로 구하면?

- ① $(2, 2), (-1, 6)$ ② $(1, 1), (-3, 4)$ ③ $(1, 2), (-3, 4)$
④ $(3, 3), (-1, 6)$ ⑤ $(1, 1), (2, 2)$

해설

$$M = \left(\frac{-1+5}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = (2, 2)$$

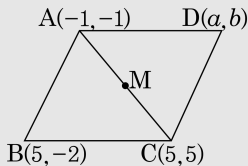
$\overline{BD}$ 의 중점은 $\overline{AC}$ 의 중점인 M과 같으므로

$D(a, b)$ 라고 하면

$$(2, 2) = \left(\frac{a+5}{2}, \frac{b-2}{2} \right)$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore D(-1, 6)$$



6. $O(0, 0)$, $A(1, 2)$, $B(3, 2)$ 일 때, 평행사변형 $OABC$ 의 넓이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

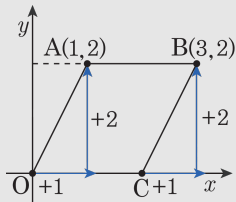
해설

$\overline{OA} \parallel \overline{CB}$, $\overline{OA} = \overline{CB}$ 이

점 A 는 점 O 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로
점 B 도 점 C 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore C = (2, 0)$$

따라서 밑변이 2, 높이가 2이므로
(넓이) $= 2 \times 2 = 4$



7. 세 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 일 때, ab 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 3

⑤ 4

해설

무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 이므로

$$\frac{a + 1 + 3}{3} = 2, \frac{4 + b + 1}{3} = 1$$

$$a + 4 = 6 \quad \therefore a = 2$$

$$b + 5 = 3 \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2 \times (-2) = -4$$

8. $\triangle ABC$ 의 변 BC, CA, AB의 중점이 각각 $P(-1, a)$, $Q(3, 3)$, $R(1, 6)$ 이고, 이 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(b, \frac{10}{3}\right)$ 일 때, ab 의 값은?

① 1

② $2\sqrt{5}$

③ 3

④ 4

⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심은 $\triangle PQR$ 의 무게중심과 일치하게 되므로,

$$\left(\frac{-1+3+1}{3}, \frac{a+3+6}{3}\right) = \left(b, \frac{10}{3}\right)$$

$$b = 1, \frac{a+9}{3} = \frac{10}{3}$$

$$a = 1, b = 1 \therefore ab = 1$$

9. 세 점 $A(-2, 0)$, $B(-1, \sqrt{3})$, $C(1, -4)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?

① $1 : 2$

② $1 : 3$

③ $1 : 4$

④ $2 : 3$

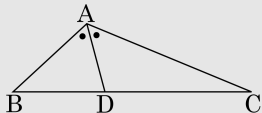
⑤ $2 : 5$

해설

점 D 가 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 의
교점이므로

$$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{1+3} : \sqrt{9+16} = 2 : 5$$

$$\therefore \triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 5$$



10. 세 점 $O(0,0)$, $A(3,6)$, $B(6,3)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 2배일 때, $a-b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로
 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$ 이려면

P 는 두 점 A, B 를 $2:1$ 로 내분하여야 한다.

$$\text{따라서 } P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$$

즉 $P(5,4)$ 이므로 $a=5, b=4$

$$\therefore a-b=1$$

