

1. $81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 = \frac{1}{9}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 &= \frac{1}{9} \\3^4 \times 3^{3x+2} \times \frac{1}{3^3} &= \frac{1}{3^2} \\ \text{양변에 } 3^3 \text{을 곱하면} \\3^4 \times 3^{3x+2} &= 3 \\4 + 3x + 2 &= 1 \\\therefore x &= -\frac{5}{3}\end{aligned}$$

2. $(x-3)^2 - 2(3x-1)(3x+1) + (2x+2)(4x-1)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$(x^2 - 6x + 9) - 2(9x^2 - 1) + (8x^2 + 6x - 2) = x^2 - 6x + 9 - 18x^2 + 2 + 8x^2 + 6x - 2$$

동류항끼리 묶어 정리하면 $-9x^2 + 9$ 이다.

따라서 x^2 의 계수와 상수항의 합은 0 이다.

3. $\square + \frac{4a^2 + 6ab}{2a} = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식을 구하면?

① $4a + 4b$

② $-4a + 4b$

③ $-4a - 4b$

④ $-2a - 2b$

⑤ $-2a + 2b$

해설

$$\square + \frac{4a^2 + 6ab}{2a} = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b}$$

$$\square = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b} - \frac{4a^2 + 6ab}{2a}$$

$$\square = \frac{-3b^2 - 6^2a}{3b} - \frac{4^2a^2 + 6^3ab}{2a}$$

$$\square = -b - 2a - 2a - 3b$$

$$\therefore \square = -4a - 4b$$

4. $y = 2x + 1$ 일 때, $x - y + 4$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $-x - 2$

② $-x + 1$

③ $-x + 3$

④ $x + 1$

⑤ $2x + 3$

해설

$x - y + 4$ 에 $y = 2x + 1$ 을 대입

$$\begin{aligned} x - (2x + 1) + 4 &= x - 2x - 1 + 4 \\ &= -x + 3 \end{aligned}$$

5. 엑스포공원 입장료는 5000 원인데 25 명 이상의 단체에게는 20% 를 할인해 준다고 한다. 25 명 미만의 단체가 25 명의 단체 입장료를 지불하는 것이 더 유리할 경우는 단체 입장 인원수가 몇 명 이상일 때인가?

① 20 명 ② 21 명 ③ 22 명 ④ 23 명 ⑤ 24 명

해설

사람 수를 x 명이라 하면

$$5000x > 25 \times 5000 \times \frac{80}{100}, x > 20$$

$\therefore$ 21 명 이상

6. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 두 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x-1) + x + (x+1) < 20 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-1) + x \leq 3(x+1) - 10 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① 에서 $10 \leq 3x < 20$, $\therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$

② 에서 $2x-1 \leq 3x-7$, $-x \leq -6 \therefore x \geq 6$

$6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는 5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

7. 다음 중 일차함수인 것은?

① $y = 3(x - 1) - 3x$

③ $y = x(x - 1) + 5$

⑤ $xy = 7$

② $y = \frac{x}{\frac{3}{2} - x}$

해설

① 정리하면 $y = -3$ 이 되므로 상수함수

③ 이차함수

8. 다음 중 $y = (a - 1)x + b$ 가 일차함수가 되지 않는 것은?

① $a = 3, b = 2$

② $a = 5, b = 9$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 1, b = 2$

⑤ $a = 5, b = 0$

해설

x 의 계수인 $a - 1$ 이 0이 되지 않아야 하므로 $a = 1$ 일 때, 일차함수가 되지 않는다.

9. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $2.\dot{3}6 \times a = 0.\dot{3} \times b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 26

③ 57

④ 78

⑤ 89

해설

$$2.\dot{3}6 \times a = 0.\dot{3} \times b$$

$$\frac{236-2}{99} \times a = \frac{3}{9} \times b$$

$$a = \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} \times b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} = \frac{11}{78}$$

$$\therefore a + b = 11 + 78 = 89$$

10. $a^6 \div (a^{\square})^2 = a^2$ 일 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^6 \div a^{2\square} = a^2 \text{ 이므로 } 6 - 2\square = 2$$

$$\therefore \square = 2$$

11. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{12-2a} = x^2, 12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$y^{3b-9} = 1, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^{8-2c-1} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

12. $8^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 3 \cdot 4^2 - 2^7$ 을 간단히 하면?

- ① $-x$ ② x ③ $2x$ ④ $3x$ ⑤ $4x$

해설

$$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2^4 + 3 \cdot (2^2)^2 - 2^7 \\&= 2^4 + 3 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= (1 + 3)2^4 - 2^7 \\&= 2^2 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= 2^6 - 2^7 \\&= x - 2x \\&= -x\end{aligned}$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = a \cdots \textcircled{㉠} \\ -2x + y = -4 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 의 해가 $(3, b)$ 일 때, a 와 b 의 값을 각각 구하면?

① $a = -5, b = 2$

② $a = 5, b = 2$

③ $a = 5, b = -2$

④ $a = -5, b = -2$

⑤ $a = -2, b = -5$

해설

㉡식에 $(3, b)$ 를 대입하면, $-6 + b = -4$, $b = 2$

㉠식에 $(3, 2)$ 을 대입하면, $9 - 4 = a$, $a = 5$

14. 두 연립방정식 $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ ax + y = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x - 7y = b \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ 의 해가 서로 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 9 ② 7 ③ 4 ④ 1 ⑤ 0

해설

두 연립방정식의 해가 같으므로, $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ 를 연립한 해도

같다.

이제 위의 연립방정식을 풀면, $x = 1$, $y = 0$ 이므로 나머지 다른 두 식에 대입하면 $a = 4$, $b = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 7$ 이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 4x - 2(2y + x) - 1 = 5 \end{cases}$ 의 해는?

① 해가 무수히 많다.

② $x = -2, y = 3$

③ $x = -1, y = -2$

④ $x = 2, y = -4$

⑤ 해가 없다.

해설

두 번째 식을 간단히 하면 $2x - 4y = 6$ 이다. 이 식에서 2로 나누고 첫 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = -1$ 이 되므로 해가 없다.

17. 농도가 다른 두 설탕물 x , y 를 각각 30g, 20g 섞었더니 6%의 설탕물이 되었다. 또, 설탕물 x , y 를 각각 20g 과 30g 섞었더니 8%의 설탕물이 되었다. 이때, 설탕물 y 의 농도를 구하여라.

▶ 답: %

▶ 정답 : 12%

해설

설탕물 x 의 농도를 $a\%$,
설탕물 y 의 농도를 $b\%$ 라 하면

$$\begin{cases} \frac{a}{100} \times 30 + \frac{b}{100} \times 20 = \frac{6}{100} \times 50 \\ \frac{a}{100} \times 20 + \frac{b}{100} \times 30 = \frac{8}{100} \times 50 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $3a + 2b = 30$

$$2a + 3b = 40$$

 $a = 2, b = 12$ 일 때

따라서 y 의 농도는 12% 이다.

18. A 지점에서 3000 m 떨어진 B 지점까지 갈 때, 처음에는 1 분에 100 m의 속력으로 뛰어가다가 나중에는 1 분에 50 m의 속력으로 걸어서 40 분 이내에 도착하려고 한다. 뛰어간 거리에 해당되는 것을 모두 고르면?

① 300 m

② 500 m

③ 1000 m

④ 2000 m

⑤ 2500 m

해설

뛰어난 거리를 x 라고 하면

걸어간 거리는 $3000 - x$ 라 쓸 수 있다.

$\left(\frac{\text{거리}}{\text{속력}}\right) = (\text{시간})$ 이므로 식을 세우면

$(\text{뛰어난 시간}) + (\text{걸어간 시간}) \leq (40\text{분})$ 이므로

$\frac{x}{100} + \frac{3000 - x}{50} \leq 40$ 이라 쓸 수 있다.

양변에 100 을 곱해 정리하면

$$x + 2(3000 - x) \leq 4000$$

$$\therefore x \geq 2000$$

$\therefore$ 뛰어간 거리 : 2000 m 이상

19. x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 3$ 인 일차함수 $y = -2x + a$ 의 최솟값이 11일 때, 상수 a 의 값은?

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

기울기가 음수이므로 $f(3) \leq y \leq f(-1)$

$$f(3) = 11 = (-2) \times 3 + a$$

$$\therefore a = 17$$

20. 일차함수 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이다
- ② x 절편은 6이다.
- ③ $y = -\frac{1}{3}x$ 를 y 축 방향으로 2만큼 평행 이동한 것이다.
- ④ x 의 값이 2에서 5만큼 증가했을 때, y 의 증가량은 1이다.
- ⑤ 점 $(-3, 3)$ 을 지난다.

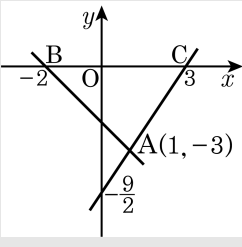
해설

- ④ x 의 값이 2에서 5만큼 증가했을 때, y 의 증가량은 -1 이다.

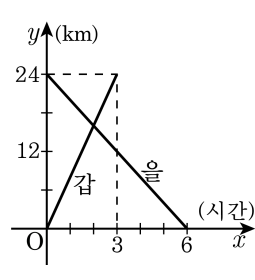
21. 두 일차함수 $y = -x - 2$, $y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 하고, 두 그래프의 교점을 A 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?
- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

해설

$y = -x - 2$ 의 x 절편은 -2 , y 절편은 -2
 $y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$ 의 x 절편은 3 , y 절편은 $-\frac{9}{2}$
두 직선의 교점은 $(1, -3)$ 이므로
그 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$



22. 갑과 을은 24km 떨어진 두 지점 A, B에서 각각 동시에 출발하여 갑은 B로 향하고 을은 A로 향하고 있다. 다음 그림은 두 사람이 출발한 지 x 시간 후에 각각 A 지점으로부터 y km 떨어진 곳에 있음을 나타낸 그래프이다. 두 사람이 만난 시각과 그때의 위치를 구하면?



- ① 1시간 후, 8km
- ② 2시간 후, 8km
- ③ 2시간 후, 16km
- ④ 3시간 후, 18km
- ⑤ 4시간 후, 20km

해설

갑 : $y = 8x$
을 : $y = -4x + 24$
의 교점을 구하면
 $8x = -4x + 24$ 이다.
따라서 $x = 2, y = 16$ 이다.

23. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로
① 2^x 꼴인 경우 : 6가지
② 5^y 꼴인 경우 : 2가지
③ $2^x \times 5^y$ 에서
㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지
㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지
따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개
∴ 85개

24. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.\dot{a}bc$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\dot{6} \text{ 이므로}$$

$$a = 5, b = 7, c = 6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 18$$

25. $0.\dot{a}\dot{b}, 0.\dot{b}\dot{a}$ 인 두 수의 합이 $0.\dot{2}$ 이다. 두 수의 차를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디를 구하면?(단, $a > b \geq 0$)

- ① 14
- ② 15
- ③ 16
- ④ 17
- ⑤ 18

해설

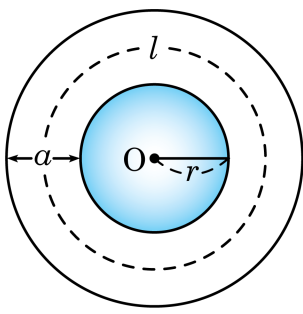
$$\begin{aligned}\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} &= \frac{11a+11b}{99} = \frac{11(a+b)}{99} \\ &= \frac{a+b}{9} = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a+b=2 \therefore a=2, b=0$$

$$\frac{20}{99} - \frac{2}{99} = \frac{18}{99} = 0.\dot{1}\dot{8}$$

따라서 순환마디는 18 이다.

26. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



- ① $S = a + l$ ② $S = a - l$ ③ $S = -a + l$
 ④ $S = al$ ⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$$\begin{aligned} l &= (a + 2r)\pi \\ S &= (a + r)^2\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar)\pi \\ \therefore S &= a(a + 2r)\pi = al \end{aligned}$$

27. 어느 상점에서 지난 달 A 물건과 B 물건을 판 금액은 70 만원이고, 이 달에 판 금액은 A 가 4% , B 가 2% 늘어서 A , B 를 합하여 2 만원이 많아졌다고 한다. 이 달에 A 물건을 판 금액은?

- ① 312000 원
- ② 335000 원
- ③ 359000 원
- ④ 398000 원
- ⑤ 408000 원

해설

지난 달 A 물건을 판 금액을 x 원 , B 물건을 판 금액을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} x+y=700000 \\ \frac{4}{100}x+\frac{2}{100}y=20000 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=700000 \\ 2x+y=1000000 \end{cases}$$

$\therefore x=300000, y=400000$

따라서 이 달에 A 물건을 판 금액은

$300000+300000\times\frac{4}{100}=312000(\text{원})$ 이다.

28. 부등식 $\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$ 의 양변에 6을 곱한다.

$$2x + 2 + 21 > 4x$$

$$-2x > -23$$

$$x < \frac{23}{2}$$

따라서 $a = 11$ 이다.

$\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$ 의 양변에 3을 곱하면

$$x + 4 - 3x \leq 2 + x + 6$$

$$-3x \leq 4$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

따라서 $b = -1$ 이다.

$$\therefore a - b = 11 - (-1) = 12$$

29. 일차부등식 $\frac{2x+4}{3} \geq -\frac{x-2}{2} + x$ 를 풀면?

① $x \geq -14$

② $x \geq -2$

③ $x \geq -10$

④ $x \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $x \leq \frac{14}{5}$

해설

부등식의 양변에 6 을 곱하면 $4x + 8 \geq -3x + 6 + 6x$ 이므로 $x \geq -2$ 이다.

30. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$$5x - 20a \geq 12x - 8 \text{ 에서 } -7x \geq 20a - 8$$

$$\therefore x \leq \frac{-20a+8}{7}$$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$$\frac{-20a+8}{7} = -16$$

$$-20a + 8 = -112$$

$$-20a = -120$$

$$\therefore a = 6$$

31. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x+2) \leq 26+x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1-x < 3(2x+1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x-5 < -(x+1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

32. 등식 $2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x + y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]
 $2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y = (\quad)$ 이 된다.
 $-1 < 2x + y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y = (\quad)$ 를 대입하면 $-1 < -x - 1 < 1$ 이 된다.
부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 ($\ominus$) 이 된다.
 x 값을 ($\ominus$) 에 대입하면 $y = (\quad)$ 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\ominus -3x - 1$

▷ 정답 : $\ominus -1$

▷ 정답 : $\ominus 2$

해설

$2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$$

$$2x + 4y + 1 = -x + 3y$$

$$4y - 3y = -x - 2x - 1$$

$$y = -3x - 1$$

$-1 < 2x + y < 1$ 에 y 대신 $y = -3x - 1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x + (-3x - 1) < 1$$

$$-1 < -x - 1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y = -3x - 1$ 에 대입하면 $y = 2$ 이다.

33. 일차함수 $y = -x + 2$ 의 x 의 값이 $-4 \leq x \leq 4$ 일 때, 함숫값 y 의 범위는?

① $-6 \leq y \leq -2$

② $-6 \leq y \leq 2$

③ $-2 \leq y \leq -4$

④ $2 \leq y \leq 4$

⑤ $-2 \leq y \leq 6$

해설

$x = -4$ 일 때, $y = 4 + 2 = 6$

$x = 4$ 일 때, $y = -4 + 2 = -2$

따라서 함숫값 y 의 범위는 $-2 \leq y \leq 6$ 이다.

34. 다음 일차함수의 그래프 중에서 x 절편이 y 절편의 2배인 것은?

- ① $y = -x + 3$ ② $y = -2x + 4$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = -\frac{3}{5}x + 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 2$

해설

- ① x 절편 : 3, y 절편 : 3
② x 절편 : 2, y 절편 : 4
③ x 절편 : 1, y 절편 : $\frac{1}{2}$
④ x 절편 : 5, y 절편 : 3
⑤ x 절편 : -4, y 절편 : 2
따라서 ③의 x 절편이 y 절편의 2배이다.

35. 일차함수 $y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y = 3x - 3$ 의 그래프가 되었다. $y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 일차함수의 y 절편은 얼마인가?

① 5 ② 3 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = 3x + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하면 $y = 3x + b - 4 = 3x - 3$ 이므로 $b = 1$ 이다. 이 직선을 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = 3x + 5$ 가 되고, y 절편은 5 이다.

36. 일차함수 $y = ax + b$ 를 y 축 방향으로 $-k$ 만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ 이 일차함수는 오른쪽이 위로 향하는 일차함수이다.

㉡ x 절편은 $-\frac{b-k}{a}$ 이다.

㉢ y 절편은 $b-k$ 이다.

㉣ a 의 절댓값이 클수록 x 축에서 멀어진다.

㉤ 점 $(1, a-b-k)$ 를 지난다.

해설

㉠ $a > 0, a < 0$ 의 경우에 따라 오른쪽이 위로, 오른쪽이 아래로 향한다.

㉤ $x = 1$ 을 대입하면, $y = a + b - k$ 가 된다. 따라서 $(1, a + b - k)$

37. 두 직선 $y = x + 2$, $y = 2x - 1$ 의 교점을 지나고, 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식 $ax + by + c = 0$ 의 식은?

① $x - 3 = 0$

② $y - 5 = 0$

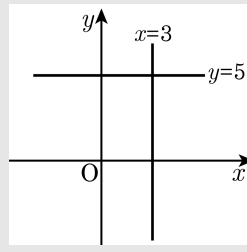
③ $3x - 2y + 5 = 0$

④ $x + 2y - 3 = 0$

⑤ $y = 3x + 5$

해설

두 직선의 교점 $(3, 5)$ 를 지나고 직선 $x = 3$ 에 수직인 직선의 방정식을 그래프에 나타내어 보면 $y = 5$ 임을 알수 있다.



38. 분수 $\frac{7a}{130}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고 이 분수를 기약분수로 나타내면 분자는 4의 배수가 된다고 한다. 이 때, 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 104

해설

$\frac{7a}{130} = \frac{7a}{2 \times 5 \times 13}$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 가 13의 배수가 되어야 한다.

또한 분모에 소인수 2를 가지고 있으므로 기약분수로 만들었을 때, 분자가 4의 배수가 되려면 13과 8을 인수로 가지고 있어야 한다.

따라서 a 는 8과 13의 공배수 이어야 한다.

따라서 자연수 a 의 최솟값은 8과 13의 최소공배수이다.

$\therefore 8 \times 13 = 104$

39. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. $n \times 14! = k^2$ (k 는 자연수)이기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 858

해설

$$n \times 14! = k^2$$

$$\begin{aligned} 14! &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \\ &= 2^{11} \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13 \end{aligned}$$

주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은

$$n = 2 \times 3 \times 11 \times 13 = 858$$

40. 0 이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $|a| < 4, |b| < 4, |a| \neq |b|$ 이고 $a > b, ab \neq 0$ 이다. $x = a + b$ 이고 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 $x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 에서
 $x^{n+1}(x^2 + x - 2) = 0, x^{n+1} \neq 0$
($\because a \neq 0, b \neq 0, |a| \neq |b|$) 이므로
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 이므로
 $x = a + b$ 를 대입하면
 $(a + b - 1)(a + b + 2) = 0$
 $\therefore a + b = 1$ 또는 $a + b = -2$
이 때 $|a| < 4, |b| < 4, a > b, |a| \neq |b|, ab \neq 0$ 이므로
 $(a, b) = (2, -1), (3, -2), (1, -3)$
따라서 3 개이다.

41. $A = 3^a$ 일 때, $B(A) = a + 1$ 이라고 정의하자. 자연수 n 에 대하여

$B\left(\frac{9 \times 81^4 - 9 \times 243^3}{6 \times 243^3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$81 = 3^4$, $243 = 3^5$ 이고 주어진 식을 분배법칙을 이용하여
공통인수로 묶으면

$$\begin{aligned}\frac{9 \times 81^4 - 9 \times 243^3}{6 \times 243^3} &= \frac{9\{(3^4)^4 - (3^5)^3\}}{(2 \times 3) \times (3^5)^3} \\ &= \frac{3(3^{16} - 3^{15})}{3(3^{16} - 3^{15})} \\ &= \frac{2 \times 3^{15}}{2 \times 3^{15}} = 3\end{aligned}$$

($\because 3^{16} - 3^{15} = 3 \times 3^{15} - 3^{15} = 2 \times 3^{15}$)

$$\therefore B\left(\frac{9 \times 81^4 - 9 \times 243^3}{6 \times 243^3}\right) = B(3) = 1 + 1 = 2$$

42. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + ay = 3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않을 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

해를 갖지 않으려면 $\frac{2}{4} = -\frac{1}{a} \neq \frac{1}{3}$ 이어야 한다. 따라서 $a = -2$ 이다.

43. 100 명의 학생이 시험을 본 결과 합격자와 불합격자의 비는 3 : 7 이었다. 최저 합격 점수는 100 명의 평균보다 6 점 높으며, 합격자의 평균보다 15 점이 낮고, 불합격자의 평균의 2 배보다는 6 점이 낮았다. 최저 합격 점수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36 점

해설

합격자와 불합격자의 수는 각각

$$100 \times \frac{3}{10} = 30(\text{명}), 100 \times \frac{7}{10} = 70(\text{명})$$

합격자와 불합격자의 평균을 각각 x 점, y 점이라 하면

$$(\text{최저 합격 점수}) = \frac{30x + 70y}{100} + 6 = x - 15 = 2y - 6$$

$$\begin{cases} \frac{3x + 7y}{10} + 6 = x - 15 \\ x - 15 = 2y - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = 51$, $y = 21$

$\therefore$ 최저 합격 점수는 36(점)

44. A 기차는 터널을 지나기 시작하여 끝날 때까지 30 초가 걸리고, B 기차는 철교를 건너기 시작하여 끝날 때까지 15 초가 걸린다. B 기차의 속력은 A 기차 속력의 1.2 배이고, 철교의 길이는 터널의 길이의 0.5 배일 때, 터널의 길이를 구하여라. (단, A 기차 길이는 100m, B 기차 길이는 80m 이다.)

▶ 답: m

▷ 정답 : 200 m

해설

터널의 길이를 xm , A 기차의 속력을 ym/s 라 하면

$$\begin{cases} 100 + x = 30 \times y & \cdots \textcircled{7} \\ 80 + 0.5x = 1.2y \times 15 & \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면

$x = 200, y = 10$

따라서 터널의 길이는 200m 이다.

45. 서로 반대방향으로 곧게 뻗어있는 길의 양 끝 A, B 지점에서 두 사람의 자동차 경주가 시작되었다. 철수는 A 지점에서 B 지점을 향해, 영철이는 B 지점에서 A 지점을 향해 달리다가 중간의 휴게소에서 만나서 확인결과 철수가 영철이보다 30km 더 이동했다는 사실을 알았다. 두 사람은 휴게소에서 동시에 출발하여 철수는 2 시간 만에 B 지점에, 영철이는 8 시간 만에 A 지점에 도착하였을 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라. (단, 두 사람이 이동하는 속력은 각각 일정하다.)

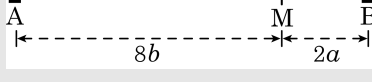
▶ 답 : km

▶ 정답 : 90km

해설

철수와 영철이의 속력을 각각 $a\text{km/h}$, $b\text{km/h}$ 라 하고 중간의 휴

계소의 위치를 M 이라 하면

 $\overline{AM} = 8b(\text{km}), \overline{BM} = 2a(\text{km})$ 이다.

철수와 영철이가 휴게소까지 가는 데 걸린 시간이 같으므로

$$\frac{8b}{a} = \frac{2a}{b}$$

$$2a^2 = 8b^2$$

$$\therefore a = 2b (\because a > 0, b > 0) \dots \textcircled{7}$$

또한, $\overline{AM} - \overline{BM} = 30(\text{km})$ 이므로

$$8b - 2a = 30 \dots \textcircled{\text{L}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면 $a = 15, b = \frac{15}{2}$

$$\therefore \overline{AB} = 8b + 2a = 90(\text{km})$$

46. 부등식 $2a - 5 \leq ax + b \leq 5b - 3a$ 의 해가 $-9 \leq x \leq 6$ 일 때, 정수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$2a - 5 \leq ax + b \leq 5b - 3a,$$

$$2a - 5 - b \leq ax \leq 4b - 3a$$

$$(1) a > 0 \text{ 일때, } \frac{2a - 5 - b}{a} \leq x \leq \frac{4b - 3a}{a}$$

$$\frac{2a - 5 - b}{a} = -9$$

$$2a - 5 - b = -9a$$

$$11a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{4b - 3a}{a} = 6$$

$$4b - 3a = 6a$$

$$9a - 4b = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

a 는 정수가 아니다.

$$(2) a < 0 \text{ 일때, } \frac{4b - 3a}{a} \leq x \leq \frac{2a - 5 - b}{a}$$

$$\frac{4b - 3a}{a} = -9$$

$$4b - 3a = -9a$$

$$6a + 4b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{2a - 5 - b}{a} = 6$$

$$2a - 5 - b = 6a$$

$$4a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$6a + 4b = 0$$

$$-16a - 4b = 20$$

두식을 더하면

$$-10a = 20$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

47. 90 명이 넘는 사람들이 케이블카를 타려고 한다. 5 명씩 타면 7 명이 남고, 6 명씩 타면 케이블카가 1 개 남는다고 한다. 전체 인원 수를 구하여라.

- ① 91 명 ② 92 명 ③ 93 명 ④ 94 명 ⑤ 95 명

해설

케이블카의 대수를 x 대라고 하면, 전체 인원 수는 $(5x + 7)$ 명이다.

하나의 케이블카에 6 명씩 타면 케이블카가 1 대 남으므로 사람이 타고 있는 케이블카의 수는 $(x - 1)$ 개이고, 그 중 $(x - 2)$ 개는 6 명씩 모두 들어가 있고, 나머지 하나의 케이블카에는 1 명 이상 6 명 이하가 들어가게 된다.

먼저 나머지 하나의 케이블카에 1 명이 들어간 경우를 식으로 표현하면, $6(x - 2) + 1$ 이고,

하나의 케이블카에 6 명이 들어간 경우를 식으로 표현하면, $6(x - 2) + 6$ 이다.

전체 인원 수는 이 두 가지 경우 사이에 존재하므로

$6(x - 2) + 1 \leq 5x + 7 \leq 6(x - 2) + 6$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 6(x - 2) + 1 \leq 5x + 7 \\ 5x + 7 \leq 6(x - 2) + 6 \end{cases}$$
 이고

간단히 하면,
$$\begin{cases} x \leq 18 \\ x \geq 13 \end{cases}$$

그러므로, x 의 범위는 $13 \leq x \leq 18$ 이다.

따라서 케이블카는 13, 14, 15, 16, 17, 18 대가 될 수 있다.

전체 인원 수는 (케이블카의 대수) $\times$ 5 + 7 이므로 72, 77, 82, 87, 92, 97, 102 명이다.

학생수는 90 명이 넘는다고 하였으므로 92, 97명이 될 수 있다.

48. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾는 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어난 것으로 예상된다고 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답: 대

▶ 정답 : 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60\text{분} = 3000\text{명}$ 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x 장이라 하면

$$10 \times 60\frac{\text{분}}{\text{명}} \times 3\text{명} + 10 \times 60\frac{\text{분}}{\text{명}} \times x = 3000$$

$$\therefore x = 2$$

추가로 설치할 무인박귀기의 수를 y 대라 하면

누가도 설치할 수
0 ~ 30 ~ 1000

$y \times 2 \times 60$

$$\therefore y \geq 8.3$$

49. $y = -x + 3$, $y = 2x + a$ 의 그래프는 y 축에서 만나고, $y = bx + 1$, $y = -2x + 2$ 의 그래프는 x 축에서 만난다고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x + 3$, $y = 2x + a$ 의 그래프는 y 축에서 만나므로 y 절편이 같다. $\therefore a = 3$

$y = bx + 1$, $y = -2x + 2$ 의 그래프는 x 축에서 만나므로 x 절편이 같다.

$$-\frac{1}{b} = 1 \quad \therefore b = -1$$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 3x - 1$ 이고, x 절편은 $\frac{1}{3}$ 이다.

50. $(2, -2)$, $(5, 4)$, $(a, 7)$ 의 세 점이 같은 직선 위에 있도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{13}{2}$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$(2, -2)$, $(5, 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{4 - (-2)}{5 - 2} = 2$$

$(5, 4)$, $(a, 7)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7 - 4}{a - 5} = \frac{3}{a - 5}$$

즉, $\frac{3}{a - 5} = 2$ 이므로 $a = \frac{13}{2}$ 이다.