

1. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1 의 약수 : 1

3 의 약수 : 1, 3

5 의 약수 : 1, 5

15 의 약수 : 1, 3, 5, 15

31 의 약수 : 1, 31

35 의 약수 : 1, 5, 7, 35

53 의 약수 : 1, 53

따라서 합성수는 15, 35 이므로 그 개수는 모두 2 개이다.

2. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

4. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

5. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

6. 다음에서 $2^3 \times 5$ 의 약수를 찾아 모두 고르면?(정답 2개)

① 1

② 2×5^2

③ $3^2 \times 5$

④ 2×5

⑤ 2^5

해설

2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고
5 의 약수는 1, 5 이므로
 $2^3 \times 5$ 의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5	5×2	5×2^2	5×2^3

7. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

8. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.

따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

9. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

② $(1 + 1) \times (3 + 1) = 8$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

⑤ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

10. 다음 보기 중 6 과 서로소인 수를 모두 찾아라.

보기

3, 9, 11, 12, 15, 17, 25

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 25

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 소인수로 2 와 3 을 갖지 않는 것을 찾는다.
11, 17 은 소수이며, $25 = 5^2$ 이므로 답은 11 , 17 , 25 이다.

11. 세 자연수 A , 63, 105 의 최대공약수가 21 일 때, 다음 중 A 가 될 수 있는 것은?

① 20

② 24

③ 44

④ 64

⑤ 84

해설

세 자연수 A , 63, 105 의 최대공약수가 21 이므로 A 는 약수로 21 을 가진다.

21 을 약수로 갖는 수는 $84 = 21 \times 4$ 이다.

12. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가?

① 3 다발

② 4 다발

③ 8 다발

④ 12 다발

⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24 \quad 60 \quad 52} \\ \underline{6 \quad 15 \quad 13} \end{array} \quad \therefore 4\text{다발}$$

13. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.

이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면,
(27 - 3), (39 - 3)을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한
수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

14. 200 이상 300 이하인 두 수 24 와 36 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

24 와 36 의 공배수는 최소공배수인 72 의 배수이며, 200 이상 300 이하인 72 의 배수는 216 과 288 이다.

15. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

16. 두 자연수의 곱이 768 이고 최소공배수가 96 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$768 = 96 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

17. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67

② 99

③ 100

④ 101

⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

18. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

19. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

20. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다.
16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

21. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,

최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로

$$a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$$

$$\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$$

22. 어떤 분수를 두 분수 $\frac{21}{8}$ 과 $\frac{35}{12}$ 에 각각 곱하였더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 곱한 수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{7}$

해설

곱하는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자

$$\frac{21}{8} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \quad \begin{cases} b \text{는 } 8 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \quad \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{A} \text{ 이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수는

$$\frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})} \dots \textcircled{B} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{24}{7}$$

23. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 232 번째 바둑돌의 색깔과 왼쪽에서부터 100 번째까지의 검은 바둑돌의 개수를 순서대로 쓴 것은?



- ① 검은색, 20 개 ② 검은색, 40 개 ③ 검은색, 60 개
 ④ 흰색, 40 개 ⑤ 흰색, 60 개

해설

검은 바둑돌은 3 개씩, 흰 바둑돌은 2 개씩 반복된다. 따라서 다시 검은 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 5 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 5 개씩 반복된다. $232 = 5 \times 46 + 2$ 이므로 5 개씩 46 번 반복되고, 나머지가 2 이므로 232 번째 바둑돌의 색은 검은색이다. 그리고 100 번째까지 검은 바둑돌의 개수는 3 개씩 20 번이 반복된다. 따라서 60 개이다.

24. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

25. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2

② 3

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.

4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$