

1. 원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원은
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$ 으로 나타낼 수 있다.

이 식을 전개하면

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$\text{따라서 } A + B + C = -2 + 4 - 4 = -2$$

2. 다음 방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ 이 나타내는 원의 중심의 좌표를 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ 을 정리하면

$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ 이다.

따라서 방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ 이 나타내는 원의 중심의 좌표는 $(-1, 4)$ 이고, 반지름의 길이는 5 이다.

$\therefore a + b + r = 8$

3. 좌표평면에서 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다.
 $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때, x 는?



① 10

② 12.5

③ 15

④ 17.5

⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 의 중점 $(10, 0)$ 이 중심이고
반지름은 15인 원이므로

$$(x - 10)^2 + y^2 = 225$$

$(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,

$$(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$$

4. 중심의 좌표가 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

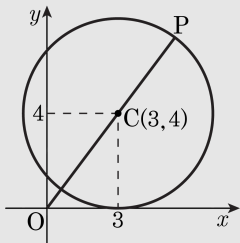
이 원의 방정식은 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4^2$

다음 그림과 같이 원의 중심을 C 라 하면
원점과 중심을 지나는 직선이 원과 만나
는

두 점 중 한 점을 P 라 할 때,

$\overline{OP}$ 가 최대이다.

$$\therefore \overline{OP} = \overline{OC} + 4 = \sqrt{3^2 + 4^2} + 4 = 9$$



5. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

6. 다음 두 원의 위치관계 중 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 고른 것은?

$$\textcircled{㉠} x^2 + y^2 = 1, \quad (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

$$\textcircled{㉡} (x+1)^2 + y^2 = 2, \quad x^2 + (y+3)^2 = 2$$

$$\textcircled{㉢} x^2 + y^2 = 2, \quad (x+1)^2 + (y-1)^2 = 8$$

$$\textcircled{㉣} x^2 + y^2 = 4, \quad (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$$

$$\textcircled{㉤} x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$$

① ㉠

② ㉠, ㉤

③ ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는
 $|r - r'| < d < |r + r'|$ 이어야 한다.

㉡ 만나지 않는다.

㉢ 내접한다.

㉣ 외접한다.

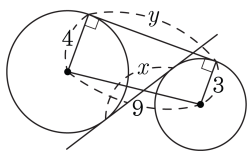
7. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의
공통외접선의 길이로 알맞은 것은?

- ① $\sqrt{15}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{7}$

해설

중심 $(0,0)$ 과 $(4,0)$ 사이의 거리를 구하면 4이다.
두 원의 반지름의 길이가 1과 2이로 공통외접선의
길이는 $\sqrt{4^2 - 1} = \sqrt{15}$ 이다.

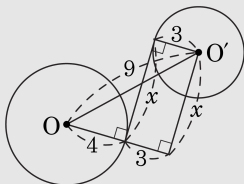
8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3, 4 이고 중심거리가 9 인 두 원의 공통내접선의 길이와 공통외접선의 길이를 각각 x , y 라 할 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.



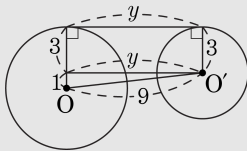
▶ 답 :

▷ 정답 : 112

해설



$$9^2 = (4 + 3)^2 + x^2 \quad \therefore x^2 = 9^2 - 7^2$$



$$9^2 = y^2 + (4 - 3)^2 \quad \therefore y^2 = 9^2 - 1^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2 \cdot 9^2 - 7^2 - 1^2 = 112$$