

1. 이차방정식 $(x-3)^2 = 4x$ 와 공통인 해를 갖는 방정식은?

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 - 10x = 9$

④ $x^2 + 10x + 9 = 0$

⑤ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= 4x \\ x^2 - 6x + 9 - 4x &= 0 \\ x^2 - 10x + 9 &= 0 \\ (x-1)(x-9) &= 0 \\ x = 1 \text{ 또는 } x = 9 \\ \textcircled{1} \ x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-1) &= 0 \\ x = 1 \text{ 또는 } x = 3\end{aligned}$$

2. 다음 방정식 중에서 중근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0$

㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

모두 중근을 갖는다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow (2x + 3)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ (중근)

㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = 5$ (중근)

㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = 0$

$\therefore x = -2$ (중근)

㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{5}{3}$ (중근)

3. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

4. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

5. 이차방정식 $x(x-6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -9 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

6. 이차방정식 $x^2+4x-12=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① -12 ② -6 ③ 8 ④ 4 ⑤ -4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -4 이다.

7. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다.
(가)에 알맞은 수는?

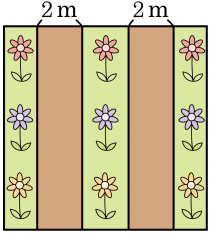
연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = \boxed{\text{(가)}} (x > 0)$

- ① 11 ② -13 ③ 143 ④ 2 ⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = 11 (x > 0)$

8. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45m² 였다. 처음 꽃밭의 가로 길이是多少?



- ① 3m ② 6m ③ 7m
 ④ 8m ⑤ 9m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m라고 하면
 (꽃밭의 넓이) = $(x - 4)x$
 $(x - 4)x = 45$
 $\therefore x = 9 (\because x > 0)$

9. 다음 중 이차방정식의 해가 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow -3, 2$

② $x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow -1, -3$

③ $x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow 4$

④ $x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow 1, 2$

⑤ $(x + 1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow 1, -3$

해설

④ $x^2 + 7x + 6 = 0$ 에서

$x = 1$ 일 때, $1^2 + 7 \cdot 1 + 6 \neq 0$

$x = 2$ 일 때, $2^2 + 7 \cdot 2 + 6 \neq 0$

10. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

11. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.
- ② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

12. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$6x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

13. 두 수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 $(a-b)^2 + 2(a-b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a-b=t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t+5)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$$a < b \text{ 이므로 } t = a - b = -5$$

$$a + b = 7 \text{ 이므로 두 식을 연립하면 } a = 1, b = 6$$

$$\therefore ab = 6$$

14. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

- ① -6 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ 6

해설

$2x^2 - 2x - 6 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -3$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = -\frac{1}{3}$$

15. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{5}$ 일 때, ab 의 값으로 옳은 것은? (a, b 는 유리수)

① 24 ② -24 ③ 12 ④ -12 ⑤ 10

해설

a, b 가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{5}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{5}$ 도 근이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$
두 근의 곱은 $b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$
 $\therefore ab = 24$

16. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2}$, 1 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$

$$-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$$

17. 자연수 1부터 n 까지의 합이 120이 될 때, n 의 값을 구하여라. (단, 1부터 n 까지의 합 : $\frac{n(n+1)}{2}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 240 = 0$$

$$(n-15)(n+16) = 0$$

$$\therefore n = 15 (\because n > 0)$$

18. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차 방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 1, -11 \text{ 이므로}$$

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$- 120 + 12m = 0$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

20. $x(x-3)=0$ 을 $(ax+b)^2=q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2-3x &= 0 \\x^2-3x+\frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a=1, b=-\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 = 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 = 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta$$

$$\begin{aligned} \therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) &= (3\alpha) \times (3\beta) \\ &= 9\alpha\beta = -36 \end{aligned}$$

23. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

24. 이차방정식 $\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$D = a^2 - 4\left(\frac{a-2}{4}\right)(2a+1) > 0$$

$$a^2 - 3a - 2 < 0$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \text{ (단, } a \neq 2 \text{)}$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < 2 \text{ 또는 } 2 < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

따라서 $a = 0, 1, 3$ 이므로 합은 4 이다.

25. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 36t - 4t^2 &= 80 \\ 4t^2 - 36t + 80 &= 0 \\ (t - 4)(t - 5) &= 0 \\ \therefore t &= 4, 5 \\ 4 &\leq t \leq 5 \\ \therefore a + b &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$