

1. 다음 이차방정식 중에서 [ ] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

①  $(x-3)^2 = 4x$  [ 1 ]

②  $(x+2)(x-3) = 14$  [ -1 ]

③  $x^2 + 2x - 3 = 0$  [ 3 ]

④  $x^2 = -4x + 12$  [ -2 ]

⑤  $2x(x-3) = 0$  [ 0 ]

해설

[ ] 안의 수를 각 식의  $x$ 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

①  $(x-3)^2 = 4x$ 에  $x = 1$ 을 대입하면  $4 = 4$ 가 되어 성립한다.

⑤  $2x(x-3) = 0$ 에  $x = 0$ 을 대입하면  $0 = 0$ 이 되어 성립한다.

2. 이차방정식  $x^2 - 2ax + a^2 = 0$ 의 한 근이 2 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 2$ 를 방정식에 대입하면  $4 - 4a + a^2 = 0$ 이다.

$$(a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3.  $a > 0$  일 때, 이차방정식  $(x-3)^2 = a$  에서 두 근의 합을 구한 것은?

- ①  $-6$       ②  $-3$       ③  $0$       ④  $3$       ⑤  $6$

해설

$$(x-3)^2 = a, x-3 = \pm \sqrt{a}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{a}$$

따라서 두 근의 합은  $6$ 이다.

4. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

- ①  $2 \pm \sqrt{2}$       ②  $3 \pm \sqrt{2}$       ③  $3 \pm \sqrt{3}$   
④  $2 \pm \sqrt{3}$       ⑤  $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4 \\ (x - 2)^2 &= 2 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$



5. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

①  $x^2 + 2x = 0$

②  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③  $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④  $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤  $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

증근 : 판별식이 0이어야 한다.

③  $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$

6. 이차방정식  $x^2 + 2x + k = 0$  의 근이 없을 때,  $k$  의 값의 범위는?

①  $k < 1$

②  $k = 1$

③  $k > 1$

④  $k < -1$

⑤  $k > -1$

해설

$$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$$

$D < 0$  일 때, 근이 없으므로

$$4(1 - k) < 0$$

$$\therefore k > 1$$

7. 이차방정식  $x + 1 = (x - 5)^2$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$  의 값은?

① 63

② 66

③ 69

④ 73

⑤ 76

해설

$$x + 1 = (x - 5)^2, x^2 - 11x + 24 = 0$$

근과 계수와의 관계에서  $\alpha + \beta = 11$ ,  $\alpha\beta = 24$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 121 - 48 = 73\end{aligned}$$

8. 실수  $a, b$  에 대하여 연산  $\Delta$  를  $a\Delta b = ab - b + 2$  라고 할 때,  $(2x - 1)\Delta(x + 3) = 2$ 를 만족하는 음의 실수  $x$ 의 값은?

①  $-1$

②  $-2$

③  $-3$

④  $-4$

⑤  $-5$

해설

$$(2x - 1)\Delta(x + 3) = (2x - 1)(x + 3) - (x + 3) + 2 = 2$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

따라서 음의 실수  $x$ 는  $-3$ 이다.



9. 이차방정식  $x^2 + (a - 1)x - a = 0$  의 한 근이 12 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에  $x$  대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

10. 두 이차방정식  $x^2 - 2x + a = 0$ ,  $x^2 + bx - 6 = 0$  의 공통근이  $x = -2$  일 때,  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에  $x = -2$ 를 대입하면

$$4 + 4 + a = 0$$

$$a = -8$$

$x^2 + bx - 6 = 0$ 에  $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 2b - 6 = 0$$

$$b = -1$$

$$\therefore ab = 8$$

11.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수  $a$ 의 값과 중근을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = \frac{5}{2}$  또는 2.5

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$$x^2 - 6x + 2a + 4 = 0, 2a + 4 = 9, a = \frac{5}{2}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0, (x - 3)^2 = 0, x = 3(\text{중근})$$

12. 이차방정식  $x^2 + 6x - 12 = 0$  의 두 근 중에서 양수인 것을  $\alpha$  라고 할 때,  $n < \alpha < n + 1$  을 만족하는 정수  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 6x - 12 = 0$  의 두 근을 구하면  
 $x = -3 \pm \sqrt{21}$  ,  
두 근 중 양수인 것은  $x = -3 + \sqrt{21}$  ,  
따라서  $\alpha = -3 + \sqrt{21}$  이다.  
 $1 < -3 + \sqrt{21} < 2$  이므로  
 $\therefore n = 1$



13. 이차방정식  $x^2 + ax + b$  의 두 근이  $-1, 3$  일 때,  $2x^2 + bx + a = 0$  을 풀면?

①  $-\frac{1}{2}, 2$

②  $2, 1$

③  $\frac{1}{2}, 1$

④  $\frac{1}{2}, 2$

⑤  $-\frac{1}{2}, 1$

해설

$$\alpha + \beta = -1 + 3 = -a$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = -1 \times 3 = b$$

$$\therefore b = -3$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

14. 이차방정식  $x^2 + (m + 2)x + 12 = 0$  에서 두 근의 차가 1 일 때, 이를 만족하는  $m$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -9

해설

두 근을  $\alpha, \alpha + 1$  이라 하면  
 $\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -(m + 2)$   
 $\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = 12, \alpha^2 + \alpha - 12 = 0$   
 $\alpha = -4$  또는  $\alpha = 3$   
 $\alpha = -4$  일 때,  $m = 5$   
 $\alpha = 3$  일 때,  $m = -9$

15. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고  $x^2$ 의 계수가 2인 이차방정식은?

①  $2x^2 - 2x + 4 = 0$

②  $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③  $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④  $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤  $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은  $-1$  이므로 구하는 이차방정식의  
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은  $-2$   
따라서 구하는 이차방정식은  $x^2 - x - 2 = 0$   
양변에 2를 곱하면  $2x^2 - 2x - 4 = 0$

16. 빵 48 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 빵의 수가 학생 수보다 2 개 적을 때 학생 수는 몇 명인가?

① 4 명      ② 6 명      ③ 8 명      ④ 10 명      ⑤ 12 명

해설

학생 수를  $x$  라 하면 빵의 수는  $x - 2$  가 된다.

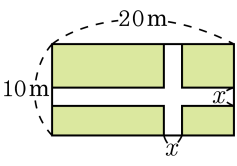
$$x(x - 2) = 48 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\rightarrow (x - 8)(x + 6) = 0 \rightarrow x = 8, -6$$

따라서  $x = 8$  ( $x > 0$ ) 이 된다.



17. 가로 길이가 20 m, 세로 길이가 10 m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이  $x$  m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가  $144\text{m}^2$  가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



▶ 답 :            m

▷ 정답 : 2  

해설

도로의 폭을  $x$  m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는  
가로의 길이가  $(20 - x)$  m , 세로의 길이가  $(10 - x)$  m 인 직사각  
형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(10 - x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x - 2)(x - 28) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{ )}$$

18. 다음 중  $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는  $a, b$ 를 모두 고른 것은?

|                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| $\text{㉠ } a=2, b=1$  | $\text{㉡ } a=3, b=1$  |
| $\text{㉢ } a=1, b=-1$ | $\text{㉣ } a=2, b=-1$ |

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉣
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$a-2=0$  또는  $b+1=0$   
 $a=2$  또는  $b=-1$   
따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

19.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는  $m$ 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ①  $\frac{13}{2}$       ②  $\frac{15}{2}$       ③  $\frac{17}{2}$       ④  $\frac{19}{2}$       ⑤  $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로  $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i)  $m = -2$ 이면  $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii)  $m = 3$ 이면  $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

20. 이차방정식  $x^2 + 4x - 3 = 0$  의 두 근을  $m, n$  이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠  $m^2 + n^2 = 22$

㉡  $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢  $|n - m| \geq -3mn$

㉣  $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$  이다.

㉠ :  $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ :  $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$   
 $= (-4)^2 - 4(-3)$   
 $= 16 + 12$   
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ :  $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.



21. 어떤 무리수  $a$ 가 있다.  $a$ 의 소수 부분을  $b$ 라 할 때  $a$ 의 제곱과  $b$ 의 제곱의 합이 15이다.

무리수  $a$ 의 값이  $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$  일 때,  $m + n$ 을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서  $a$ 의 정수 부분은 3이고  $b = a - 3$

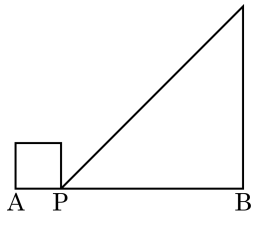
$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

22. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이  $36\text{ cm}^2$  가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 :          cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를  $x\text{ cm}$  라고 하면  
(정사각형의 넓이)  $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이)  $= \frac{1}{2}(10 - x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(10 - x)^2 = 36$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 28 = 0$$

$$(3x - 14)(x - 2) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로  $x = 2(\text{cm})$

23.  $x$ 에 관한 방정식  $(x-m)(x-n) = \frac{mnx}{m+n}$  ( $m \neq -n$ )의 해를  $p, q$ 라 할 때,  $pq$ 를  $m, n$ 을 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $mn$

해설

$(x-m)(x-n) = \frac{mnx}{m+n}$ 를 전개하여 정리하면

$$(m+n)x^2 - (m^2 + 3mn + n^2)x + mn(m+n) = 0$$

$$\{x - (m+n)\} \{(m+n)x - mn\} = 0$$

$$\therefore x = m+n, \text{ 또는 } x = \frac{mn}{m+n}$$

따라서  $pq = (m+n) \frac{mn}{m+n} = mn$ 이다.

24. 다음 두 식을 만족하는 정수  $a, b$  의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25 \\ 3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -1$

▷ 정답 :  $b = -4$

해설

( i )  $2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25$   
 $a+b = A$  로 놓으면  
 $2A^2 + 5A - 25 = 0$   
 $(2A-5)(A+5) = 0$   
 $\therefore A = \frac{5}{2}$  또는  $A = -5$   
 $a, b$  는 정수이므로  $a+b = -5$

( ii )  $3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6$   
 $a-b = B$  로 놓으면  
 $3B^2 - 7B - 6 = 0$   
 $(3B+2)(B-3) = 0$   
 $\therefore B = -\frac{2}{3}$  또는  $B = 3$   
 $a, b$  는 정수이므로  $a-b = 3$

( i ), ( ii ) 에서  
 $a+b = -5$   
 $+ ) a-b = 3$   
 $\hline 2a = -2$   
 $\therefore a = -1, b = -4$



25.  $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$  의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$  라 할 때,  $b$  는 이차방정식  $ax^2-kx-m=0$  의 한 근이다. 이때, 유리수  $k, m$  의 차  $k-m$  의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} = 1.\times\times\times$$

$$\therefore a=1, b=2-\sqrt{2}$$

$$2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2} \text{ 가 } ax^2-kx-m=0 \text{ 의 근이므로}$$

$$\frac{k}{a}=4, -\frac{m}{a}=2$$

$$\therefore k=4, m=-2$$

$$\therefore k-m=4-(-2)=6$$