**1.** 실수 $k$ 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 $k$ 의 값은?

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$\begin{aligned} z &= 2(k-i)-k(1+i)^2 \\ &= 2k-2i-2ki \\ &= 2k-(2+2k)i \end{aligned}$$

허수 부분이 0이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

**2.** $x = 1 + 2i$ , $y = \dfrac{1+2i}{1-i}$ , $z = \dfrac{1-2i}{1-i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1+3i$ ② $-1-2i$ ③ $-1+2i$

④ $-1-i$ ⑤ $-1+i$

해설

$$x = 1+2i,\ y = \frac{1+2i}{1-i},\ z = \frac{1-2i}{1-i}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ xy + xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i} + \frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i} \\ &= \frac{-3+4i+5}{1-i} \\ &= \frac{2+4i}{1-i} \\ &= -1+3i \end{aligned}$$

**3.** 두 수 $1+2i$, $1-2i$를 근으로 하고, $x^2$의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-5=0$

② $x^2+2x+5=0$

③ $x^2+5x+2=0$

④ $x^2-2x+5=0$

⑤ $x^2-5x+2=0$

해설

$\alpha+\beta=(1+2i)+(1-2i)=2$

$\alpha\beta=(1+2i)(1-2i)=5$

$\therefore x^2-2x+5=0$

**4.** 직선 $y=3x+2$ 와 포물선 $y=x^2+mx+3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 $m$ 의 범위를 구하면?

① $m<-1, m>3$　② $m<1, m>5$　③ $-1<m<3$

④ $-1<m<5$　⑤ $1<m<5$

해설

$y=3x+2, y=x^2+mx+3$ 에서 $y$ 를 소거하면

$x^2+(m-3)x+1=0, D=(m-3)^2-4>0$

$m^2-6m+5>0, (m-1)(m-5)>0$

$\therefore\ m<1,\ m>5$

**5.** 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

**6.** 연립부등식 $\begin{cases} 2x \le x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 $x$의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5 개

해설

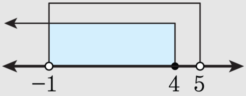
㉠ $2x \le x + 4$,

$\therefore x \le 4$

㉡ $x^2 - 4x - 5 < 0$

$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 5$




㉠, ㉡의 범위의

공통범위는 $-1 < x \le 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

**7.** 두 점 $(2,0)$ , $(-2,0)$ 을 지나는 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 는 $x=c$ 일 때, 최솟값 $d$ 를 갖는다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8$

해설

두 점 $(2,0),(-2,0)$ 을 지나므로
$y=x^2+ax+b$ 는 $y$ 축 대칭이다.
축이 $x=0$ 에서 $a=0$ , $c=0$ , $b=d$
$(2,0)$ 을 지나므로 $0=4+b$ $\quad\therefore b=-4=d$
$\therefore a+b+c+d=0-4+0-4=-8$

**8.** 다음은 삼차방정식 $x^3+px+1=0$의 한 근을 $\alpha$라고 할 때, $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3+px^2+1=0$의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

> $\alpha$는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
> $f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=$ (가)$=$ (나) $=0$ ($\because$ ㉠ )
> 따라서 $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이다. 또 $g(x)=x^3+px^2+1$이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=$ (다)$=$ (라)$=$ (마) $=0$($\because$ ㉠ )
> 따라서, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

① (가) $(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
② (나) $-(\alpha^3-p\alpha+1)$
③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$
④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)$
⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0$

**해설**

$\alpha$는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
$f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$ $=-(\alpha^3+p\alpha+1)=0$ ($\because$ ㉠ )
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이다.

또 $g(x)=x^3+px^2+1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$

$=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0=0$ ($\because$ ㉠ )

따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

**9.** 연립방정식 $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y+2z=3 \\ 2x+y-z=-1 \end{cases}$ 의 해를 $x=a$, $y=b$, $z=c$라 할 때, $(a+b)^2+c$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x+y+z=3 \quad \cdots \quad ①$
$x-y+2z=3 \quad \cdots \quad ②$
$2x+y-z=-1 \quad \cdots \quad ③$
① + ② : $2x+3z=6$
② + ③ : $3x+z=2$
연립하면, $x=0,\ \ z=2$
$\therefore y=1$
$\therefore (a+b)^2+c=3$

**10.** 다음 두 방정식이 공통근 $\alpha$를 갖는다. 이 때, $m+\alpha$의 값을 구하여라.

$$x^2+(m+2)x-4=0\ ,\ x^2+(m+4)x-6=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 방정식의 공통근이 $\alpha$이므로

$\alpha^2+(m+2)\alpha-4=0\cdots$ ㉠

$\alpha^2+(m+4)\alpha-6=0\cdots$ ㉡

㉠ − ㉡ 에서 $-2\alpha+2=0\quad\therefore\ \alpha=1$

$\alpha=1$을 ㉠에 대입하면 $1+m+2-4=0$

$\therefore\ m=1$

$\therefore\ m+\alpha=2$

**11.** 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$의 해가 $a<x<b$일 때, $a+b$의 값은?

① $-1$ ② $-2$ ③ $0$ ④ $2$ ⑤ $1$

해설

$|x-1|+|x+2|<5$에서

i ) $x<-2$일 때,

$-(x-1)-(x+2)<5 \quad \therefore \ -2x<6 \quad \therefore \ x>-3$

곧, $x<-2$일 때, $x>-3$

$\therefore \ -3<x<-2 \cdots\cdots\cdots$ ㉠

ii ) $-2 \le x < 1$일 때,

$-(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore \ -0 \cdot x<2$

이 부등식은 항상 성립하므로

$-2 \le x < 1 \cdots\cdots\cdots$ ㉡

iii) $x \ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore \ 2x<4 \quad \therefore \ x<2$

곧, $x \ge 1$일 때, $x<2$

$\therefore 1 \le x < 2 \cdots\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 $-3<x<2$이므로

$a=-3, \ b=2$

$\therefore a+b=-1$

**12.** 부등식 $ax^2+5x+b>0$ 을 풀어서 $2<x<3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=6$

해설

$ax^2+5x+b>0 \quad \cdots\cdots ㉠$

해가 $2<x<3$ 이 되는 이차부등식은

$(x-2)(x-3)<0$ 전개하면

$x^2-5x+6<0 \quad \cdots\cdots ㉡$

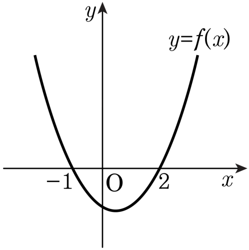
㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해

양변에 $-1$ 을 곱하면

$-x^2+5x-6>0 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a=-1$ , $b=-6$

**13.** 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x-2005)\le 0$ 의 해는?




① $1999\le x\le 2002$

② $2000\le x\le 2003$

③ $2001\le x\le 2004$

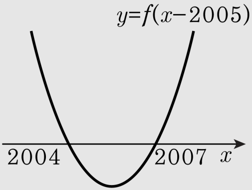
④ $2002\le x\le 2004$

⑤ $2004\le x\le 2007$

해설

함수 $y=f(x-2005)$ 의 그래프는 $y=f(x)$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 2005만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y=f(x-2005)$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로 부등식 $y=f(x-2005)\le 0$ 의 해는 $2004\le x\le 2007$



**14.** $x$에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 $a$의 범위를 구하면 $a \le k$이다. 이 때, $k$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

i ) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1$, $a < 2$

ii ) $f(1) > 0$, $1 - a + 9 > 0$, $a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \ge 0$, $a \ge 6$, $a \le -6$

따라서 i ), ii ), iii) 에 의해 $a \le -6$

$\therefore k = -6$

**15.** 10 이하의 자연수 $n$에 대해, $\dfrac{(1+i)^{2n}}{2^n} = -1$ 을 만족하는 모든 $n$의 총합은? (단, $i = \sqrt{-1}$ )

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\frac{(1+i)^{2n}}{2^n} = \frac{\{(1+i)^2\}^n}{2^n} = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이므로 $n = 4k+2(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$

$n$이 10 이하의 자연수이므로 $n = 2, 6, 10$

$\therefore\ 2+6+10 = 18$

**16.** 복소수 $z$가 $z+|z|=2+8i$를 만족시킬 때, $|z|^2$의 값은? (단, $z=a+bi$ ($a, b$는 실수)일 때, $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$이다.)

① 68 ② 100 ③ 169 ④ 208 ⑤ 289

해설

$z=a+bi$라 놓자.

$z+|z|=2+8i,$

$a+bi+\sqrt{a^2+b^2}=2+8i$

$a+\sqrt{a^2+b^2}=2, \quad b=8$

$a+\sqrt{a^2+64}=2$

$\sqrt{a^2+64}=2-a$ 양변제곱하면,

$a^2+64=(2-a)^2=a^2-4a+4$

$4a=-60,\ a=-15$

$\therefore \quad |z|^2=a^2+b^2=225+64=289$

**17.** 구간 $0 < x < 5$에서 $x = \dfrac{1}{x - [x]}$를 만족시키는 $x$의 개수는? (단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수)

① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 5개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x - [x] \neq 0$이므로 $x$는 정수가 아니다.
주어진 식의 양변에 $x - [x]$를 곱하면
$x^2 - x[x] - 1 = 0$
( i ) $0 < x < 1$일 때 $[x] = 0$, $x^2 - 1 = 0$
$\therefore\ x = \pm 1$, 이 값은 $0 < x < 1$에 속하지 않는다.
$\therefore$해가 없다.
( ii ) $1 < x < 2$일 때 $[x] = 1$, $x^2 - x - 1 = 0$

$$\therefore\ x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$1 < x < 2$이므로 $x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$
(iii) $2 < x < 3$일 때 $[x] = 2$
$\therefore\ x^2 - 2x - 1 = 0$
$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{1+1} = 1 \pm \sqrt{2}$
$2 < x < 3$이므로 $x = 1 + \sqrt{2}$
(iv) $3 < x < 4$일 때 $[x] = 3$
$\therefore\ x^2 - 3x - 1 = 0$

$$\therefore\ x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$3 < x < 4$이므로 $x = \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}$
( v ) $4 < x < 5$일 때 $[x] = 4$
$\therefore\ x^2 - 4x - 1 = 0$
$x = 2 \pm \sqrt{4+1} = 2 \pm \sqrt{5}$
$4 < x < 5$이므로 $x = 2 + \sqrt{5}$
( i ), ( ii ), (iii), (iv), ( v )에서 $x$의 개수는 4개

**18.** $x$ 의 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 3 = 0$ 의 두 실근을 $\alpha$, $\beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

**해설**

$x^2 - ax + a^2 - 3 = 0 \cdots$ ㉠

㉠는 두 실근을 가지므로,

$D = a^2 - 4(a^2 - 3) \geq 0$ , 즉 $a^2 - 4 \leq 0$ $\therefore$ $-2 \leq a \leq 2$

그런데 $\alpha$, $\beta$ 는 ㉡의 두 근이므로,

근과 계수와의 관계에서

$\alpha + \beta = a,\ \alpha\beta = a^2 - 3$

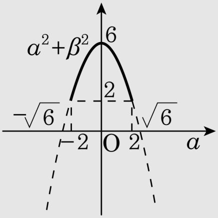
$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = a^2 - 2(a^2 - 3) = 6 - a^2$

여기서, $-2 \leq a \leq 2$ 이므로

$0 \leq a^2 \leq 4$

$\therefore\ 2 \leq 6 - a^2 \leq 6$

$\therefore\ 2 \leq \alpha^2 + \beta^2 \leq 6$




따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 은

$a = 0$ 일 때 최대이고, 최댓값 : 6

$a = \pm 2$ 일 때 최소이고, 최소값 : 2

**19.** 계수가 실수인 삼차방정식 $x^3+cx^2+dx+1=0$이 한 실근과 두 허근 $\alpha, \alpha^2$을 가질 때, $c+d$의 값을 구하면?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$\alpha=a+bi$ ($a, b$는 실수, $b \neq 0$)라 놓으면 $\alpha^2=a^2-b^2+2abi=a-bi$ ($\because$ 계수가 실수이므로 $\alpha^2=\overline{\alpha}$ )

$\therefore\ a^2-b^2=a,\ 2ab=-b$ 에서 $a=-\frac{1}{2},\ b=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ 두 허근 $-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$를 근으로 하는 이차방정식은$x^2+x+1=0$

$x^3$의 계수, 상수항을 비교하면 한 실근은 $-1$

$x^3+cx^2+dx+1=(x^2+x+1)(x+1)=x^3+2x^2+2x+1$

$\therefore\ c=2,\ d=2$

$\therefore\ c+d=4$

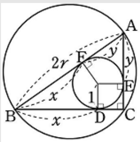
**20.** 다음의 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수의 최댓값은?

내접원의 반지름의 길이가 1 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 $r$ 라 하면, $r \geq \square$ 이다.

① 2　② $1+\sqrt{2}$　③ $1+\sqrt{3}$
④ $2+\sqrt{2}$　⑤ $2+\sqrt{3}$

해설

아래 그림과 같이 내접원의 반지름이 1 인 직각삼각형 ABC 와 내접원의 접점을 각각
, D, E, F 라 하고, $\overline{\mathrm{BD}}=x, \overline{\mathrm{AE}}=y$ 라 하면




$\overline{\mathrm{AB}}=2r$ 이고 $\overline{\mathrm{BF}}=x, \overline{\mathrm{AF}}=y$ 이므로

$2r=x+y \cdots$ ㉠

또, 피타고라스정리에 의하여

$(x+1)^2+(y+1)^2=(2r)^2 \cdots$ ㉡

㉠에서 $y=2r-x$ 를 ㉡에 대입하여 정리하면

$x^2-2rx+2r+1=0 \cdots$ ㉢

㉢이 실근을 가지므로

$D/4=r^2-(2r+1) \geq 0$

$\therefore\ r \geq 1+\sqrt{2}$