1. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 \\ x^2 - x - 1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x < 4$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x > 4$

⑤ $-2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

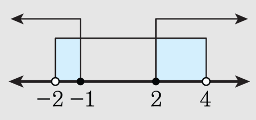
해설

$-3 < x - 1 < 3$,

$\therefore -2 < x < 4$

$x^2 - x - 2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$



$\therefore -2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

2. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} |x+3| \le 4 \\ x^2 + 7x - 18 > 0 \end{cases}$$

① 모든 실수

② 해는 없다

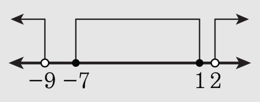
③ $-7 \le x \le 1$

④ $x < -9$ 또는 $x > 2$

⑤ $-9 \le x < -7$ 또는 $1 \le x < 2$

해설

$$\begin{cases} -4 \le x+3 \le 4,\ -7 \le x \le 1 & \cdots ㉠ \\ (x+9)(x-2) > 0,\ x < -9,\ x > 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$



3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ x+2y+z=k \\ x+y+2z=2k^2 \end{cases}$ 의 해 x, y, z가 모두 양수일 때, k의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2}<k<0$　② $1<k<\frac{3}{2}$　③ $\frac{1}{2}<k<\frac{3}{4}$
④ $-2<k<-\frac{3}{2}$　⑤ $\frac{1}{2}<k<1$

해설

i) $\begin{cases} 2x+y+z=1 \cdots ㉠ \\ x+2y+z=k \cdots ㉡ \\ x+y+2z=2k^2 \ \cdots ㉢ \end{cases}$ 라 하면

㉠ $\times 3 -$ ㉡ $-$ ㉢에서
$4x=-2k^2-k+3$
$=-(2k+3)(k-1)>0 \cdots$ ㉣
㉡ $\times 3 -$ ㉢ $-$ ㉠에서
$4y=-2k^2+3k-1$
$=-(2k-1)(k-1)>0 \cdots$ ㉤
㉢ $\times 3 -$ ㉠ $-$ ㉡에서
$4z=6k^2-k-1$
$=(3k+1)(2k-1)>0 \cdots$ ㉥

ii) ㉣ 에서 $-\frac{3}{2}<k<1$

㉤에서 $\frac{1}{2}<k<1$

㉥에서 $k<-\frac{1}{3}, k>\frac{1}{2}$

이들의 공통부분은 $\frac{1}{2}<k<1$

4. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위가 $a < x < b$라 할 때, 방정식 $ax^2-3x+b=0$의 두 근의 곱은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x-1,\ x,\ x+1$은 삼각형의 세 변이므로

$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$, $x-1+x>x+1$ $\therefore\ x>2$ ⋯⋯㉠

한편, 둔각삼각형이 되려면

$(x-1)^2+x^2<(x+1)^2$

$x^2-4x<0$에서 $0<x<4$⋯⋯㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<4$

$\therefore a=2,\ b=4$

따라서 $ax^2-3x+b=0$의 두 근의 곱은

$\frac{b}{a}=\frac{4}{2}=2$

5. 한 상자에 빨강, 파랑, 흰색의 구슬이 들어 있다. 파란 구슬의 개수는 흰 구슬의 개수의 $\frac{1}{2}$ 보다 크거나 같고, 빨간 구슬의 개수의 $\frac{1}{3}$ 보다 작거나 같다. 한편, 흰 구슬과 파란 구슬의 개수의 합은 55보다 크거나 같다. 이때, 빨간 구슬의 개수의 최솟값을 구하면?

① 57 ② 58 ③ 59 ④ 60 ⑤ 61

해설

빨간 구슬의 개수를 a 개, 파란 구슬의 개수를 b 개, 흰색 구슬의 개수를 c 개라 하면,

$$\begin{cases} \frac{1}{3}a \geq b \geq \frac{1}{2}c \cdots ㉠ \\ b + c \geq 55 \cdots ㉡ \end{cases} \quad \text{(단, } a,\ b,\ c\text{는 자연수)}$$

$$\begin{array}{rl} & b + c \geq 55 \\ -) & b - \frac{1}{2}c \geq 0 \\ \hline & \frac{3}{2}c \geq 55 \end{array}$$

$c \geq \frac{2}{3} \times 55 = 36.6 \cdots \quad \therefore c \geq 37$

㉠ 에서 $b \geq \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \times 37 = 18.5 \quad \therefore\ b \geq 19$

$\frac{1}{3}a \geq 19 \quad \therefore\ a \geq 57$