

1. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 \\ x^2 - x - 1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x < 4$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x > 4$

⑤ $-2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

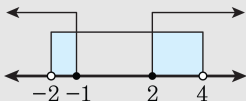
해설

$$-3 < x - 1 < 3,$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 2$$



$$\therefore -2 < x \leq -1 \text{ 또는 } 2 \leq x < 4$$

2. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} |x+3| \leq 4 \\ x^2 + 7x - 18 > 0 \end{cases}$$

① 모든 실수

② 해는 없다

③ $-7 \leq x \leq 1$

④ $x < -9$ 또는 $x > 2$

⑤ $-9 \leq x < -7$ 또는 $1 \leq x < 2$

해설

$$\begin{cases} -4 \leq x+3 \leq 4, -7 \leq x \leq 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (x+9)(x-2) > 0, x < -9, x > 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$



3. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = k \\ x + y + 2z = 2k^2 \end{cases}$$
 의 해 x, y, z 가 모두 양수일 때, k 의

값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < k < 0$

② $1 < k < \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{4}$

④ $-2 < k < -\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < k < 1$

해설

i)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y + z = k \cdots \textcircled{㉡} \\ x + y + 2z = 2k^2 \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$
 라 하면

$\textcircled{㉠} \times 3 - \textcircled{㉡} - \textcircled{㉢}$ 에서

$$4x = -2k^2 - k + 3$$

$$= -(2k + 3)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉡} \times 3 - \textcircled{㉢} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$4y = -2k^2 + 3k - 1$$

$$= -(2k - 1)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{㉤}$$

$\textcircled{㉢} \times 3 - \textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서

$$4z = 6k^2 - k - 1$$

$$= (3k + 1)(2k - 1) > 0 \cdots \textcircled{㉥}$$

ii) $\textcircled{㉣}$ 에서 $-\frac{3}{2} < k < 1$

$\textcircled{㉤}$ 에서 $\frac{1}{2} < k < 1$

$\textcircled{㉥}$ 에서 $k < -\frac{1}{3}, k > \frac{1}{2}$

이들의 공통부분은 $\frac{1}{2} < k < 1$

4. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$$x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0, x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

한편, 둔각삼각형이 되려면

$$(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$$

$$x^2 - 4x < 0 \text{에서 } 0 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } 2 < x < 4$$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

5. 한 상자에 빨강, 파랑, 흰색의 구슬이 들어 있다. 파란 구슬의 개수는 흰 구슬의 개수의 $\frac{1}{2}$ 보다 크거나 같고, 빨간 구슬의 개수의 $\frac{1}{3}$ 보다 작거나 같다. 한편, 흰 구슬과 파란 구슬의 개수의 합은 55보다 크거나 같다. 이때, 빨간 구슬의 개수의 최솟값을 구하면?

- ① 57 ② 58 ③ 59 ④ 60 ⑤ 61

해설

빨간 구슬의 개수를 a 개, 파란 구슬의 개수를 b 개, 흰색 구슬의 개수를 c 개라 하면,

$$\begin{cases} \frac{1}{3}a \geq b \geq \frac{1}{2}c \cdots \textcircled{㉠} \\ b + c \geq 55 \cdots \textcircled{㉡} \quad (\text{단, } a, b, c \text{는 자연수}) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} b + c \geq 55 \\ -) \quad b - \frac{1}{2}c \geq 0 \\ \hline \frac{3}{2}c \geq 55 \end{array}$$

$$c \geq \frac{2}{3} \times 55 = 36.6 \cdots \quad \therefore c \geq 37$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } b \geq \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \times 37 = 18.5 \quad \therefore b \geq 19$$

$$\frac{1}{3}a \geq 19 \quad \therefore a \geq 57$$