

1. $ax^2 + 40x + 16$ 이 완전제곱식이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 25$

해설

$$ax^2 + 40x + 16 = (\sqrt{ax} + 4)^2 \text{ 이다.}$$

$$40 = 2 \times \sqrt{a} \times 4 \text{ 이므로 } \sqrt{a} = 5$$

$$\therefore a = 25$$

2. 다항식 $-81 + x^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - 9)^2$

② $(x + 9)^2$

③ $(x - 9)(x + 9)$

④ $-(x + 9)(x - 9)$

⑤ $(9 - x)(9 + x)$

해설

$$-81 + x^2 = x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x + 9)(x - 9)$$

3. 일차항의 계수가 1 인 두 일차식의 곱이 $(x+6)(x-3)-6x$ 일 때, 이 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x$

② $2x+3$

③ $2x-3$

④ $2x^2$

⑤ $2x(x-3)$

해설

$$\begin{aligned}(x+6)(x-3)-6x &= x^2+3x-18-6x \\ &= x^2-3x-18 \\ &= (x+3)(x-6)\end{aligned}$$

두 일차식의 합은 $(x+3)+(x-6)=2x-3$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① $(a-b)^2 = (b-a)^2$

② $(a+b)^2 = (a-b)^2$

③ $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

④ $(a-b)(-a-b) = (a-b)(a+b)$

⑤ $(b+a)(b-a) = (-b-a)(b+a)$

해설

① $(a-b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (b-a)^2$

5. 두 다항식 $4x^2 - 9$, $2x^2 - 5x + 3$ 의 인수 중에서 공통인 인수를 제외한 나머지 두 인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x + 2$

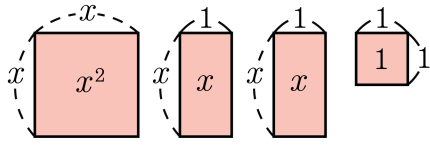
해설

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1)$$

공통인 인수를 제외한 나머지 인수는 $2x + 3$, $x - 1$ 이므로 합은 $3x + 2$ 이다.

6. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

(넓이) $= x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x + 1$ 이다.

7. $6xy - 8x - 9y + 12 = (ax + b)(cy + d)$ 에서 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$6xy - 8x - 9y + 12 = 2x(3y - 4) - 3(3y - 4)$$

$$= (2x - 3)(3y - 4)$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

8. 다음 중 $x^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 - 1$

⑤ $x^2 + x - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 1 &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

9. $2x^4 - 2$, $x^3 - x^2 - 4x + 4$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 1$

해설

$$\begin{aligned} 2x^4 - 2 &= 2(x^4 - 1) \\ &= 2(x^2 - 1)(x^2 + 1) \\ &= 2(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - 4x + 4 &= x^2(x - 1) - 4(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

10. $(x-4)^2 + (2x+3)(2x-3) = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 9 \\ &= 5x^2 - 8x + 7\end{aligned}$$

$$a = 5, b = -8, c = 7$$

$$\therefore a + b + c = 5 - 8 + 7 = 4$$

11. $x^2 - 4x - A = (x + 5)(x - B)$ 에서 $A + B$ 의 값은?

① 6

② 9

③ 20

④ 49

⑤ 54

해설

$$x^2 - 4x - A = x^2 - Bx + 5x - 5B,$$

$$5 - B = -4 \text{ 이므로 } B = 9$$

$$5B = A \text{ 이므로 } 45 = A$$

$$\text{따라서, } A + B = 45 + 9 = 54$$

12. $2x^2 + ax - 3$ 의 한 인수가 $x - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x^2 + ax - 3 = (x - 1)(2x + 3) = 2x^2 + x - 3$$
$$\therefore a = 1$$

13. 어떤 이차식 $ax^2 + bx + c$ 를 인수 분해하는데 수미는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $3(x-1)(x-4)$ 가 되었고, 현정이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $3(x-1)(x+5)$ 가 되었다. 이 때, 주어진 이차식을 바르게 인수 분해한 것은?

① $3(x-2)^2$

② $3(x+2)^2$

③ $2(x-2)(x+2)$

④ $3(x-2)(x+2)$

⑤ $3(x-4)(x+5)$

해설

수미는 $3(x-1)(x-4)$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고,
현정이는 $3(x-1)(x+5)$ 에서 x 의 계수 12 를 맞게 보았다.
따라서 $3x^2 + 12x + 12 = 3(x+2)^2$ 이다.

14. $(x-y)^2 - 8x + 8y + 16$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)^2$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a 는 양수)

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$(x-y)^2 - 8(x-y) + 16$ 에서

$x-y = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 8A + 16 = (A-4)^2 = (x-y-4)^2$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

15. $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = (5x+a)(x+b)$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① 5

② -1

③ -6

④ -10

⑤ -12

해설

$$(3x+1+2x-3)(3x+1-2x+3) = (5x-2)(x+4)$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore a - b = -6$$

16. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)-10$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-1)(x^2-6)$

② $(x^2+1)(x^2-6)$

③ $(x^2-1)(x^2+6)$

④ $(x^2+1)(x^2+6)$

⑤ $(x^2-1)(x^2-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2-4)-10 &= x^4-5x^2+4-10 \\ &= x^4-5x^2-6 \\ &= (x^2+1)(x^2-6)\end{aligned}$$

17. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\&= (x + 3)^2 - 4y^2 \\&= (x + 3 + 2y)(x + 3 - 2y) \\ \therefore x + 3 + 2y + x + 3 - 2y &= 2x + 6\end{aligned}$$

18. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ &= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2} \\ &= |a + 1| + |a - 3| \\ &= a + 1 - a + 3 = 4 \end{aligned}$$

19. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

20. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

21. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

- ① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

22. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)
- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} &b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c \\ &=b^2(b+c)+b(c^2-a^2)+c(c^2-a^2) \\ &=b^2(b+c)+(b+c)(c^2-a^2) \\ &=(b+c)(b^2+c^2-a^2)=0 \\ &b, c \text{ 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.} \\ &\text{따라서 } b^2+c^2-a^2=0, b^2+c^2=a^2 \\ &\angle A \text{ 가 직각인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$

23. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

24. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - 3x^2 + 6x &= 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x \\ &= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x \\ &= 2 \end{aligned}$$

25. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} b &= a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &\quad + 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$