

1. 다음 칠판에 적힌 문제 $(-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2$ 을 두 친구가 풀었다. 다음 중 옳게 풀이한 학생은 누구인지 찾아라.

가영

$$\begin{aligned} (-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 &= -2^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4 \times x^{2+2+2} \times y^{3+2} \\ &= -4 \times x^8 \times y^6 \\ &= -4x^8y^6 \end{aligned}$$

미진

$$\begin{aligned} (-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 &= (-2)^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= 4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= 4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2} \\ &= 4 \times x^2 \times y^1 \\ &= 4x^2y \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: 미진

해설

가영의 부분에서 맨 위 부분인

$$(-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 = -2^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2$$

부분이 틀렸다. $(-2x)^2 = (-2)^2x^2 = 4x^2$ 으로 계산해야 한다.

$$-4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 = -4 \times x^{2+2+2} \times y^{3+2}$$

부분에서도 부분계산이 틀렸다.

$$-4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 = -4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2}$$

$$= -4x^2y$$

로 계산해야 한다.

2. $-2x^4y^3 \div x^2y \times (-2xy)^2 = Ax^By^C$ 일 때 $A + B + C$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & -2x^4y^3 \div x^2y \times (-2xy)^2 \\ &= -2x^4y^3 \times \frac{1}{x^2y} \times 4x^2y^2 \\ &= -8x^4y^4 = Ax^By^C \\ & A = -8, B = 4, C = 4 \text{ 이므로 } A + B + C = 0 \end{aligned}$$

3. 다음 중 $(ab^2)^2 \div (-2b)^2$ 을 바르게 계산한 것을 골라라.

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & (ab^2)^2 \div (-2b)^2 = a^2b^4 \div 4b^2 = \frac{a^2b^{4-2}}{4} = \frac{a^2b^2}{4} \\ \text{㉡ } & (ab^2)^2 \div (-2b)^2 = ab^4 \times \frac{1}{(-2b)^2} = ab^4 \times \frac{1}{4b^2} = \frac{ab^6}{4} \\ \text{㉢ } & (ab^2)^2 \div (-2b)^2 = a^2b^4 \div (-2b^2) = -2a^2b^{4-2} = -2a^2b^2 \\ \text{㉣ } & (ab^2)^2 \div (-2b)^2 = a^2b^4 \times \frac{1}{4b^2} = \frac{a^2}{4b^2} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$$(ab^2)^2 \div (-2b)^2 = a^2b^4 \div 4b^2 = \frac{a^2b^{4-2}}{4} = \frac{a^2b^2}{4} \text{ 이므로 ㉠이다.}$$

4. $a = 2, b = -1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{b^4}{3a}\right)^2 \times \left(\frac{a}{2b}\right)^3 \div ab$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{72}$

해설

$$\frac{b^8}{9a^2} \times \frac{a^3}{8b^3} \times \frac{1}{ab} = \frac{b^4}{72} = \frac{1}{72}$$

5. 다음 안에 알맞은 식은?

$$\text{□} \div 2x^2y \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^2 = -2x^3y^3$$

① $-8x^{12}$

② $8x^{12}$

③ $-10x^8$

④ $16x^7$

⑤ $-16x^7$

해설

$$\text{□} \div 2x^2y \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^2 = -2x^3y^3$$

$$\begin{aligned} \text{□} &= -2x^3y^3 \times 2x^2y \div \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^2 \\ &= -2x^3y^3 \times 2x^2y \times \frac{4x^2}{y^4} \\ &= -16x^7 \end{aligned}$$

6. $(a^4 \times a^2)^{\square} = a^{24}$ 일 때, \square 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$a^4 \times a^2 = a^6 \text{ 이므로}$$

$$(a^6)^{\square} = a^{24}$$

$$6 \times \square = 24$$

$$\therefore \square = 4$$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(a^4)^2 \times (a^3)^2 = a^8 \times a^6 = a^{14}$

② $(x^2)^3 \times (x^5)^2 = x^6 \times x^{10} = x^{16}$

③ $a^2 \times (a^3)^2 \times b^3 = a^2 \times a^6 \times b^3 = a^8 b^3$

④ $(x^3)^3 \times (y^2)^4 = x^9 \times y^6 = x^9 y^6$

⑤ $(a^3)^3 \times (b^2)^3 \times (c^3)^4 = a^9 \times b^6 \times c^{12} = a^9 b^6 c^{12}$

해설

④ $(x^3)^3 \times (y^2)^4 = x^9 \times y^8 = x^9 y^8$

8. $a^{12} \div a^2 \div a^3 = \frac{1}{a^6}$ 일때, 안에 알맞은 수는?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$12 - 2 - \square = -6$$

$$10 - \square = -6$$

$$-\square = -6 - 10$$

$$-\square = -16$$

$$\therefore \square = 16$$

9. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$

② $-125x^6y^3$

③ $-125x^3y^6$

④ $125x^3y^6$

⑤ $-125x^3y^3$

해설

$$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$$

10. $\left(-\frac{y^5}{x^2}\right)^4$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{y^8}{x^{20}}$ ② $\frac{y^{20}}{x^8}$ ③ $\frac{y^{20}}{x^5}$ ④ $\frac{y^{18}}{x^8}$ ⑤ $\frac{y^{10}}{x^4}$

해설

$$\left(-\frac{y^5}{x^2}\right)^4 = (-1)^4 \times \frac{y^{5 \times 4}}{x^{2 \times 4}} = \frac{y^{20}}{x^8}$$

11. n 이 홀수일 때,
 $(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2n$ 의 짝수, $2n+1$ 은 홀수이므로
 $(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1} = 1 - (-1) = 2$

12. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(2^5)^2 \div 2^2$

② $(2^2)^3 \times 2^2$

③ $2^4 \times 2^4$

④ $8^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2$

⑤ $4^2(2^2 + 2^2)$

해설

⑤ $4^2(2^2 + 2^2) = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7$ 이고 ①, ②, ③, ④는 2^8 이므로 다른 하나는 ⑤이다.

13. $(3ab)^2 \times \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^4 \times \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2$ 을 간단히 하면?

- ① $3ab$ ② a^2 ③ a^4b^2 ④ $9a^2b^2$ ⑤ $9a^4b^2$

해설

$$\begin{aligned} & (3ab)^2 \times \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^4 \times \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2 \\ &= 9a^2b^2 \times \frac{a^8}{b^8} \times \frac{b^8}{a^6} = 9a^4b^2 \end{aligned}$$

14. $\left(\frac{2y}{x}\right)^2 \times x^2y \div \left(-\frac{3}{x}\right) = ax^by^c$ (a, b, c 는 상수)일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -4 ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 4

해설

$$\frac{4y^2}{x^2} \times x^2y \times \left(-\frac{x}{3}\right) = -\frac{4}{3}xy^3 = ax^by^c$$

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = 1, c = 3$$

$$\therefore abc = -4$$

15. $\frac{2^{15} \times 15^{30}}{45^{15}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, $a^2 + a + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$$\frac{2^{15} \times 3^{30} \times 5^{30}}{3^{30} \times 5^{15}} = 2^{15} \times 5^{15} = 10^{15} \text{ 이므로}$$

$$a = 16 \quad \therefore a^2 + a + 1 = 273$$

16. 다음 중 가장 큰 수는?

- ① $2^{10} \times 5^9 \times 7$ ② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$ ③ $2^{10} \times 5^{11}$
④ $2^{10} \times 5^9$ ⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

- ① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수
② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수
③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수
④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수
⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

17. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\ &= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\ &= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\ &= 2^{10} \times 5^{2x}\end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x}$$

따라서 $4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

18. 다음 보기의 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라 할 때, $a = 2^m$, $b = 2^n$ 이고, $m = 2^p$, $n = 2^q$ 이다. 이 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\{(2^2)^2\}^3 \quad (2^2)^{2^2} \quad 2^{(2^2)^3} \quad 2^{2^{2^2}}$$

▶ **답:**

▷ **정답:** 9

해설

$$\begin{aligned} \{(2^2)^2\}^3 &= 2^{12} \\ (2^2)^{2^2} &= 2^{2^3} = 2^8 \\ 2^{(2^2)^3} &= 2^{2^6} = 2^{64} \\ 2^{2^{2^2}} &= 2^{2^4} = 2^{16} \end{aligned}$$

따라서 가장 큰 수 $a = 2^{64}$, 가장 작은 수 $b = 2^8$ 이므로
 $m = 64$, $n = 8$
 $\therefore p + q = 6 + 3 = 9$

19. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

- ㉠ 1 ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ 4 ㉤ 5

해설

$$\begin{aligned}(5^3)^{x+2} &= 5^{-2x+11} \\ 3(x+2) &= -2x+11 \\ 3x+6 &= -2x+11 \\ \therefore x &= 1\end{aligned}$$

20. 부피가 $100\pi a^3 b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4ab$

해설

$$\begin{aligned}\pi \times 5a \times 5a \times (\text{높이}) &= 100\pi a^3 b \\ (\text{높이}) &= 100\pi a^3 b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab\end{aligned}$$

21. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n-6+m=6$$

$$\therefore m+n=12$$

22. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

- ① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5 ④ 10^7 ⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \approx 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

23. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

24. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

25. 가로 길이가 $4a$ 이고 세로 길이가 $2b$ 인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

▶ 정답: $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) \times (높이) 이므로
가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
 $\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$
세로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
 $\pi \times (4a)^2 \times 2b = 32\pi a^2 b$
 $\frac{\text{(가로 축 회전체)}}{\text{(세로 축 회전체)}} = \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2 b} = \frac{b}{2a}$