

1. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

2. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$\begin{aligned} 64 &\leq 16x - x^2 \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 8)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

3. 다음 부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때 ab 의 값은?

$x^2 + |x| - 2 < 0$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로
 $x^2 + x - 2 < 0, (x + 2)(x - 1) < 0$
 $\therefore -2 < x < 1$
이 때, $x \geq 0$ 과 $-2 < x < 1$ 의 공통 범위는 $0 \leq x < 1$
(ii) $x < 0$ 일 때, $|x| = -x$ 이므로
 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$
 $\therefore -1 < x < 2$
이 때 $x < 0$ 과 $-1 < x < 2$ 의 공통 범위는 $-1 < x < 0$
(i), (ii)에서 $-1 < x < 1$

4. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i) $x^2 - 1 \geq 0$,

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$x^2 - 1 + 3x < 3$, $x^2 + 3x - 4 < 0$

$(x + 4)(x - 1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

(ii) $x^2 - 1 < 0$,

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$-x^2 + 1 + 3x < 3$, $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x - 1)(x - 2) > 0$

$\therefore x < 1$ 또는 $x > 2$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4$, $\beta = 1$, $\alpha + \beta = -3$

5. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x - 3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 10$

$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ 로 놓으면

$f(4x - 3) = a(4x - 3 - \alpha)(4x - 3 - \beta) = 0$

$x = \frac{3 + \alpha}{4}, \frac{3 + \beta}{4}$

$\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{6 + \alpha + \beta}{4} = 4$