1. $\log_x 9 = \frac{2}{3}$ 를 만족하는 x 의 값은?

① 3 ② 9 ③ 27 ④ 30 ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$\log_x 9 = \frac{2}{3}$ 에서 $x^{\frac{2}{3}} = 9$

양변을 $\frac{3}{2}$ 제곱하면 $(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 9^{\frac{3}{2}}$

$\therefore\ x = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 27$

2. $\log_2(x-3)^2$ 값이 존재하기 위한 x의 범위는?

① $x < 3$ ② $x \geq 3$ ③ $x \neq 3$ ④ $x \geq 4$ ⑤ $x \neq 4$

해설

$(x-3)^2 > 0$ 로부터 $x \neq 3$

3. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ $\log_2 5$ ⑤ $\log_2 6$

해설

$$\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} = \log_2 \frac{5\sqrt{3} \times \frac{24}{5}}{3\sqrt{3}}$$

$$= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

4. $3^{2\log_3 4-3\log_3 2}$ 을 간단히 하면?

① $\log_3 2$ ② 1 ③ $2\log_3 2$

④ $\log_2 3$ ⑤ 2

해설

$$3^{2\log_3 4-3\log_3 2} = 3^{\log_3 16-\log_3 8}$$
$$= 3^{\log_3 2}$$
$$= 2^{\log_3 3} = 2$$

5. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

① 정수 부분 : -1, 소수 부분 : 0.659

② 정수 부분 : -2, 소수 부분 : 0.341

③ 정수 부분 : -2, 소수 부분 : 0.659

④ 정수 부분 : -3, 소수 부분 : 0.341

⑤ 정수 부분 : -3, 소수 부분 : 0.659

해설

$-2.341 = -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341)$

$= -3 + 0.659$

따라서 정수 부분은 -3, 소수 부분은 0.659 이다.

6. $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{6} = 2^a \times 3^b$ 일 때 $a+b$ 의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

해설

$2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{1}{4}} \times (2 \times 3)^{\frac{1}{6}}$

$= 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}$

$= 2^{\frac{7}{6}} \times 3^{\frac{1}{2}}$

$a = \frac{7}{6},\ b = \frac{1}{2}$

$\therefore a+b = \frac{7+3}{6} = \frac{5}{3}$

7. $x > y > 0$ 일 때, $\dfrac{x^y y^x}{y^y x^x}$ 를 간단히 하면?

① $(x-y)^{\frac{y}{x}}$ ② $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{x-y}$ ③ 1

④ $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{y-x}$ ⑤ $(x-y)^{\frac{x}{y}}$

해설

$$x^{y-x} \cdot y^{x-y} = \left(\frac{x}{y}\right)^{y-x}$$

8. $3^x = 5$ 일 때, $(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}}$ 의 값을 구하면?

① 3 ② $\sqrt{3}$ ③ 5 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}} = (3^{-4})^{-\frac{x}{4}} = 3^x = 5$

9. $\log_3 10$의 소수부분을 α라 할 때, 3^{α}의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha \ (0 \le \alpha < 1)$이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$

이 된다.

따라서 $3^{\alpha} = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$이다.

10. $\log_{10} 5 = a,\ \log_{10} 7 = b$라 할 때, 다음 중 $pa + qb + r$의 꼴로 나타낼 수 없는 것은? (단, p, q, r은 유리수)

① $\log_{10} 20$　② $\log_{10} 3.5$　③ $\log_{10} 75$

④ $\log_{10} \sqrt{14}$　⑤ 1

해설

$\log_{10} 75 = \log_{10} 25 \times 3 = \log_{10} 5^2 + \log_{10} 3$

$= 2 \cdot a + 0 \cdot b + \log_{10} 3$

$\log_{10} 3$은 유리수가 아니므로

$\log_{10} 75$는 $pa + qb + r(p,\ q,\ r$은유리수$)$의 꼴로 나타낼 수 없다.

11. $5^a = 2,\ 5^b = 3$이라 할 때, $\log_6 72$를 a와 b의 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{a+b}{a-b}$ ② $\dfrac{2a+b}{b-a}$ ③ $\dfrac{2a-b}{a+b}$

④ $\dfrac{2a+b}{a+b}$ ⑤ $\dfrac{3a+2b}{a+b}$

해설

$a = \log_5 2,\ b = \log_5 3$

$$\log_6 72 = \frac{3\log_5 2 + 2\log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{3a+2b}{a+b}$$

12. 1이 아닌 양수 p와 세 양수 x, y, z에 대하여 $\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z = -3$가 성립할 때, xyz의 값은?

① $\frac{1}{p^3}$ ② $\frac{1}{2p}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $2p$ ⑤ p^2

해설

$\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z$

$= \log_p x + \frac{2}{2}\log_p y + \frac{3}{3}\log_p z$

$= \log_p xyz = -3$

$\therefore xyz = p^{-3} = \frac{1}{p^3}$

13. $A=(\log_3 9)(\log_4 9+\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3})$, $B=(\log_{\sqrt{3}}5+\log_9 5)(\log_5 64+\log_{25}8)$ 일 때, AB의 값은?

① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{74}{5}$ ③ $\frac{49}{3}$ ④ 67 ⑤ 75

해설

$$A=(\log_3 9)(\log_4 9+\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3})$$
$$=(\log_3 3^3)(\log_4 3^3+\log_{2^{-1}}3^{-1})$$
$$=(2\log_3 3^3)(\frac{2}{2}\log_2 3+\frac{-1}{-1}\log_2 3)$$
$$=2(\log_2 3+\log_2 3)=2\cdot\log_2 3=4\log_2 3$$

$$B=(\log_{\sqrt{3}}5+\log_9 5)(\log_5 64+\log_{25}8)$$
$$=(\log_{3^{\frac{1}{2}}}5+\log_{3^2}5)(\log_5 2^6+\log_{5^2}2^3)$$
$$=(2\log_3 5+\frac{1}{2}\log_3 5)(6\log_5 2+\frac{3}{2}\log_5 2)$$
$$=\frac{5}{2}\log_3 5\cdot\frac{15}{2}\log_5 2$$
$$=\frac{75}{4}\cdot\log_3 5\cdot\log_5 2$$
$$=\frac{75}{4}\cdot\frac{\log_{10}5}{\log_{10}3}\cdot\frac{\log_{10}2}{\log_{10}5}$$
$$=\frac{75}{4}\cdot\frac{\log_{10}2}{\log_{10}3}=\frac{75}{4}\log_3 2$$

$$\therefore\ AB=4\log_2 3\cdot\frac{75}{4}\log_3 2$$
$$=4\cdot\frac{75}{4}\cdot\log_2 3\cdot\log_3 2=75$$

14. 방정식 $2x^2-8x-1=0$의 두 근이 $\log_{10} a$, $\log_{10} b$일 때, $\log_a b+\log_b a$의 값은?

① -2 ② -8 ③ -12 ④ -26 ⑤ 34

해설

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$\log_{10} a+\log_{10} b=4$,

$\log_{10} a\cdot\log_{10} b=-\frac{1}{2}$

$\therefore \log_a b+\log_b a=\frac{\log_{10} b}{\log_{10} a}+\frac{\log_{10} a}{\log_{10} b}$

$=\frac{(\log_{10} a+\log_{10} b)^2-2\log_{10} a\cdot\log_{10} b}{\log_{10} a\cdot\log_{10} b}$

$=\frac{16+1}{-\frac{1}{2}}=-34$

15. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$

② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$

③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$

④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$

⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$3\log_3 3 = 3$

$\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 \quad \therefore \ 1 < \log_2 3 < 2$

$2\log_2 4 = 4$

$\therefore \ \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$

16. $\log_{10} 2 = 0.3010,\ \log_{10} 3 = 0.4771$을 이용하여 $\log_{10} 1.5$의 값을 계산하면?

① 0.0880 ② 0.0885 ③ 0.1660

④ 0.1761 ⑤ 0.1777

해설

$$\log_{10} 1.5 = \log_{10} (3 \times 5 \div 10)$$
$$= \log 3 + (1 - \log 2) - 1$$
$$= 0.1761$$

17. 다음 식의 값은?

$$2^8 \times 3^5 \times 6^{-6}$$

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

해설

$$\begin{aligned} 2^8 \times 3^5 \times 6^{-6} &= 2^8 \times 3^5 \times (2 \times 3)^{-6} \\ &= 2^8 \times 3^5 \times 2^{-6} \times 3^{-6} \\ &= 2^{8+(-6)} \times 3^{5+(-6)} \\ &= 2^2 \times 3^{-1} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

18. $\left\{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{4}}\right\}^{-\frac{8}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -16 ② -4 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

해설

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{4}\times\left(-\frac{8}{3}\right)} = \left(\frac{1}{4}\right)^{(-2)} = 2^{-2\times(-2)} = 2^4 = 16$$

19. $\log_8 0.25 = x$를 만족하는 x의 값은?

① 1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

$\log_8 0.25 = x$에서 $8^x = 0.25$

$(2^3)^x = \frac{1}{4}$ $\therefore$ $2^{3x} = 2^{-2}$

$\therefore$ $3x = -2$

$\therefore$ $x = -\frac{2}{3}$

20. $\log_4 2 + \log_8 4 - \log_{16} 8$의 값은?

① $-\frac{1}{12}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$\log_{2^2} 2 + \log_{2^3} 2^2 - \log_{2^4} 2^3$

$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6+8-9}{12}$

$= \frac{5}{12}$

21. $\log_{(x-1)}(-x^2+4x-3)$ 값이 존재하기 위한 x의 범위는?

① $1<x<2,\ 2<x<3$
② $1<x\le 2,\ 2<x<3$
③ $1<x<2,\ 2<x\le 3$
④ $1<x<2,\ 2\le x<3$
⑤ $1<x<3,\ 3<x<4$

해설

밑 : $x-1>0,\ x-1\neq 1\cdots$㉠
진수 : $-x^2+4x-3>0$
$x^2-4x+3<0$
$(x-1)(x-3)<0,\ 1<x<3\cdots$㉡
따라서 ㉠, ㉡를 동시에 만족시키는 x의 값의 범위는
$\therefore\ 1<x<2,\ 2<x<3$

22. $\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 일 때, $\log_{ab} b$ 의 값은?

① 2 ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 에서

$$\frac{\log \sqrt{3}}{\log a} = \frac{\log 9}{\log b}, \quad \frac{\frac{1}{2}\log 3}{\log a} = \frac{2\log 3}{\log b}$$

$$\frac{\log b}{\log a} = 4$$

즉, $\log_a b = 4$

$$\therefore \quad \log_{\sqrt{ab}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \sqrt{ab}}$$

$$= \frac{\log_a b}{\frac{1}{2}\log_a ab} = \frac{2\log_a b}{1+\log_a b} = \frac{8}{5}$$

23. $(\log_3 2)(\log_4 9) - \log_4 36$ 의 값은?

① $-\log_2 3$ ② $-\log_3 2$ ③ 0

④ $\log_3 2$ ⑤ $\log_2 3$

해설

$$(\log_3 2)(\log_4 9) - \log_4 36$$
$$= (\log_3 2)(\log_2 3) - \log_2 6$$
$$= 1 - \log_2 6 = -\log_2 3$$

24. $\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{2\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\log_3 64}$

$= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^6 = 12$

25. $\log \dfrac{x}{4.71} = 1.9812$를 만족하는 양수 x의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	$\cdots$
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	$\cdots$
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

▶ 답 :

▷ 정답 : 451

해설

$\log x$의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$\log \dfrac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812$이므로

$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$이므로 $x = 451$