

1. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원 O의 접선이고 \overline{TB} 는 원 O의 지름이다. $\overline{OB} = 4$, $\overline{PB} = 10$ 일 때, \overline{PA} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{18}{5}$

해설

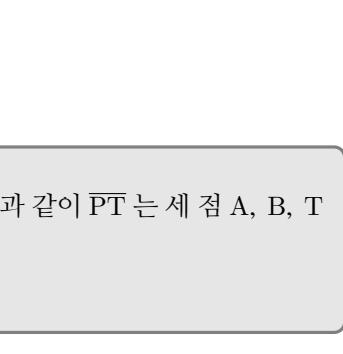
$\triangle PTB$ 에서 $\angle PTB = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$$

$$36 = \overline{PA} \cdot 10 \quad \therefore \overline{PA} = \frac{18}{5}$$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle PTB$ 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 가 성립할 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

°

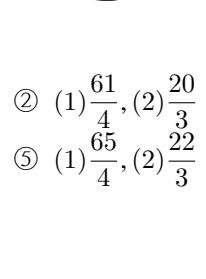
▷ 정답: 25 °

해설

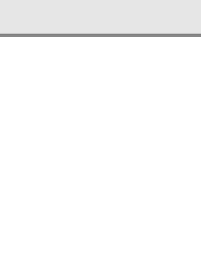
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 다음 그림과 같이 \overline{PT} 는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.
 $\therefore \angle ABT = \angle PTA = 25^\circ$

3. 다음 그림과 같이 \overline{PT} 가 원 O 의 접선일 때, x의 값은?

(1)



(2)



$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \quad (1) \frac{61}{4}, (2) \frac{19}{3} & \textcircled{2} \quad (1) \frac{61}{4}, (2) \frac{20}{3} & \textcircled{3} \quad (1) \frac{65}{4}, (2) \frac{19}{3} \\ \textcircled{4} \quad (1) \frac{65}{4}, (2) \frac{20}{3} & \textcircled{5} \quad (1) \frac{65}{4}, (2) \frac{22}{3} & \end{array}$$

해설

$$\begin{aligned} (1) \quad & 9^2 = 4(4+x), 81 = 16 + 4x, 4x = 65 \therefore x = \frac{65}{4} \\ (2) \quad & 7^2 = 3(3+2x), 49 = 9 + 6x, 40 = 6x \therefore x = \frac{20}{3} \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 \overline{PT} 가 원 O의 접선이고, \overline{AB} 는 원 O의 지름이다. $\overline{AP} = 4$, $\overline{OA} = 6$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

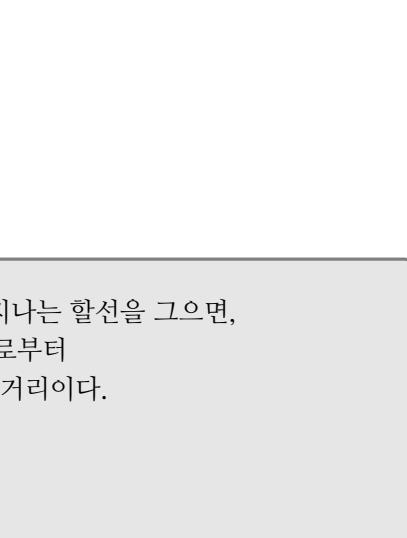
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} 이므로$$

$$x^2 = 4 \times (4 + 6 + 6) 이다.$$

$$x^2 = 64$$

$$\therefore x = 8$$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3인 원 O의 외부에 점 P가 있다. 점 P에서 원 O에 그은 접선의 길이가 4일 때, 점 P에서 원 O에 이르는 최단거리인 \overline{AP} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

점 P에서 원 O의 중심을 지나는 할선을 그으면, 원주와 만나는 점을 P 쪽으로부터

A, B 라 할 때, \overline{PA} 가 최단 거리이다.

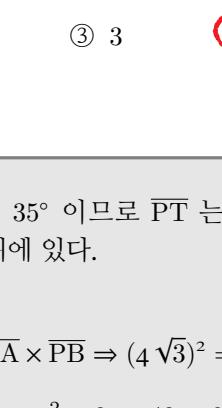
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2$$

$$x(x+6) = 4^2$$

$$(x-2)(x+8) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x > 0)$$

6. 다음 그림에서 $\overline{PA} = x$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이다. 이 때, x 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$ 이므로 \overline{PT} 는 원의 접선이고, 세 점 A, T, B는 한 원 위에 있다.

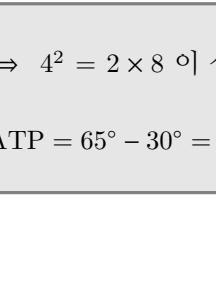
$$\overline{PT^2} = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$(x - 4)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x = 4$$

7. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle ATP = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



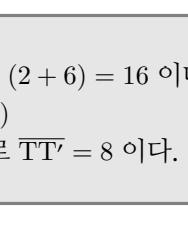
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ $\Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 \overline{PT} 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 두 원 O , O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 공통접선이다. $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$ 일 때, $\overline{TT'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 8

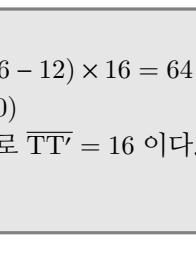
해설

$$\text{원 } O \text{에서 } \overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 6) = 16 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \overline{PT} = 4(\text{단, } \overline{PT} > 0)$$

$$\overline{PT} = \overline{PT'} = 4 \text{ 이므로 } \overline{TT'} = 8 \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 두 원 O , O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 공통접선이다. $\overline{PB} = 16$, $\overline{AB} = 12$ 일 때, $\overline{TT'}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

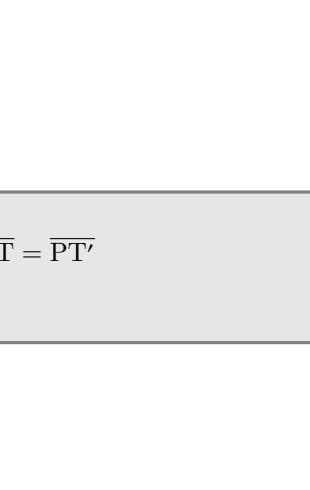
원 O 에서 $\overline{PT}^2 = (16 - 12) \times 16 = 64$ 이다.

$\therefore \overline{PT} = 8$ (단, $\overline{PT} > 0$)

$\overline{PT} = \overline{PT'} = 8$ 이므로 $\overline{TT'} = 16$ 이다.

$\therefore \overline{TT'}^2 = 256$

10. 다음 그림에서 \overline{PT} , $\overline{PT'}$ 이 원의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2$ 이므로 $\overline{PT} = \overline{PT'}$
따라서, $x = 6$ 이다.